Durée : 2 heures

MATHALEA

Corrigé du brevet des collèges
Métropole - 30 juin 2022

EXERCICE 1 20 points

1. Les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires à la même droite (AB).
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors elles sont parallèles entre elles.
Donc les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

2. Les droites (AC) et (BD) sont parallèles, de plus les droites (CD) et (AE) sont sécantes en E donc d'après le théorème de Thalès :
$\dfrac{AE}{EB} = \dfrac{CE}{ED} = \dfrac{AC}{BD}$ soit $\dfrac{20}{5} = \dfrac{CE}{ED} = \dfrac{AC}{1}$
Donc : $AC = \dfrac{20 \times 1}{5} = 4$.
Finalement, la largeur AC de la rivière est de 4 pas.
Remarque : on pouvait aussi montrer que ACE est un agrandissement de BDE de coefficient 4.

3. Le triangle ACE est rectangle en A donc d'après le théorème de Pythagore :
$CE^2 = AC^2 + AE^2$ ce qui équivaut avec des longueurs en pas à :
$CE^2 = 4^2 + 20^2 = 416$
Soit $CE = \sqrt{416}$ pas $= \sqrt{416} \times 65$ cm $\approx 1\ 330$ cm soit environ 13,3 m.

Autre méthode : *On pouvait aussi convertir toutes les longueurs en mètres avant d'utiliser le théorème de Pythagore*
$AC = 4$ pas $= 4 \times 65$ cm $= 260$ cm
$AE = 20$ pas $= 20 \times 65$ cm $= 1\ 300$ cm
Avec les longueurs en centimètres, on a donc : $CE^2 = 260^2 + 1\ 300^2 = 1\ 757\ 600$ donc $CE = \sqrt{1\ 757\ 600} \approx 1\ 330$.
La longueur CE est d'environ 1 330 cm soit 13,3 m.

4. **a.** Le bâton parcourt environ 13,3 m en 5 secondes, sa vitesse est donc :
$\dfrac{13,3 \text{ m}}{5 \text{ s}} = 2,66 \text{ m/s}$.

b.

Distance (en m)	2,66	d
Temps (en s)	1	3 600

C'est une situation de proportionnalité, donc : $d = \dfrac{2,66 \times 3\ 600}{1} = 9\ 576$.

Parcourir 2,66 mètres en une seconde est équivalent à 9 576 m en 3 600 s soit 9,576 kilomètres en une heure.

C'est donc vrai : la vitesse moyenne est légèrement inférieure à 10 km/h.

EXERCICE 2 20 points

Question 1 Réponse A

Remarque : l'homothétie ne conserve pas les longueurs et la symétrie axiale ne conserve pas l'orientation

Question 2 Réponse B (le point d'ordonnée 2 a 1 comme abscisse).

Remarque : Si vous avez répondu 4 c'est que vous avez confondu l'antécédent ***de*** *2 et le nombre qui a 2* ***pour*** *antécédent.*

Question 3 Réponse B

$$f(3) = 3 \times 3^2 - 7$$
$$f(3) = 3 \times 9 - 7$$
$$f(3) = 27 - 7$$
$$f(3) = 20$$

Remarque : si vous avez répondu "29 est l'image de 2 par la fonction f", vous avez sans doute effectué la substitution $f(2) = 3 \times 2^2 - 7$ *puis effectué la multiplication* $3 \times 2 = 6$ ***avant*** *de faire le carré...*
f n'est pas une fonction affine car sont expression développée et réduite comporte un terme en x^2 : c'est une fonction du second degré.

Question 4 Réponse B

La série ordonnée est :

$3,41 \quad 3,7 \quad 4,01 \quad 4,28 \quad 4,3 \quad 4,62 \quad 4,91 \quad 5,15 \quad 5,25 \quad 5,42 \quad 5,82 \quad 6,07 \quad 6,11$

Il y a 13 valeurs et $13 \div 2 = 6,5$ donc la médiane est la 7e valeur de cette série ordonnée, soit $4,91$.

7 n'est pas la médiane, c'est le rang de la médiane dans la série ordonnée. 5,15 est la 7^e valeur dans la série **non ordonnée**.

Remarque : en répondant 7 *vous donnez le rang de la médiane et non sa valeur et en répondant* $5,15$ *vous avez oublié d'ordonner la valeur*

Question 5 Réponse C

Le facteur d'agrandissement des longueurs est donné par $\dfrac{BU}{LA} = \dfrac{6,3}{2,1}$ donc il vaut 3.

Si les longueurs sont multipliées par 3 alors les aires sont multipliées par $3^2 = 9$.

Remarque : En répondant 3 *vous oubliez que le facteur n'est pas le même pour les longueurs et pour les aires. En répondant* 6 *vous avez sans doute pensé que* 3^2 *valait la même chose que* 3×2

EXERCICE 3 20 points

1. **a.** Voici la décomposition en produit de facteurs premiers de 252 :

$$252 = 2 \times 126$$
$$252 = 2 \times 2 \times 63$$
$$252 = 2 \times 2 \times 3 \times 21$$
$$252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$$
$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$$

La proposition correcte est donc la n° 3.

Remarque : dans la proposition 1, 9 n'est pas un nombre premier; dans la proposition 2, 21 n'est pas un nombre premier et dans la proposition 3, les 3 facteurs sont premiers et le produit est bien égal à 252.

b. Voici la décomposition en produit de facteurs premiers de 156 :

$$156 = 2 \times 78$$
$$156 = 2 \times 2 \times 39$$
$$156 = 2 \times 2 \times \times 13$$
$$156 = 2^2 \times 3 \times 13$$

2. **a.** On a $252 = 36 \times 7$ et $156 = 36 \times 4 + 12$. Donc 36 n'est pas un diviseur commun à 252 et 156.
En conséquence, elle ne pourra pas faire 36 paquets.

b. Cherchons N le plus grand commun diviseur de 252 et 156.
Dans les deux décompositions en produit de facteurs premiers de ces deux nombres, on choisit les facteurs qui sont communs aux deux produits. Il vient $N = 2^2 \times 3$ soit $N = 12$.
La collectionneuse pourra faire au maximum 12 paquets.

c. Elle fait 12 paquets. On a :

$$252 = 12 \times 21 \qquad\qquad 156 = 12 \times 13$$

Il y aura donc 21 cartes *feu* et 13 cartes *terre*.

3. Soit E l'événement « *La carte tirée est de type Terre* ».
Il y a équiprobabilité donc la probabilité $p(E)$ de l'événement E correspond à la proportion de cartes *feu* parmi toutes les cartes. Donc :

$$p(E) = \frac{156}{252 + 156}$$

$$p(E) = \frac{156}{408}$$

$$p(E) = \frac{13}{34}$$

$$p(E) \approx 0,4$$

EXERCICE 4 20 points

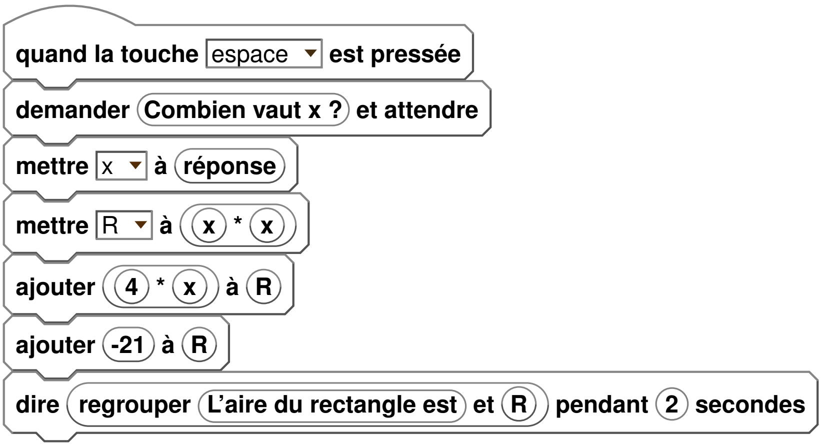
1. L'aire d'un carré de côté x est égale à x^2

2. Les dimensions du rectangle sont $x-3$ et $x+7$ donc son aire vaut $(x-3)(x+7)$. Développons cette expression.

   $(x-3)(x+7) = x^2 - 3x + 7x - 21$

   $(x-3)(x+7) = x^2 + 4x - 21$

   L'aire du rectangle est donc bien égale à $x^2 + 4x - 21$

3. 

4. Lorsque $x = 8$, l'aire du rectangle vaut $(8-3)(8+7) = 5 \times 15 = 75$. Le programme renvoie donc 75.

   On peut aussi expliquer que :

   — à la ligne 3 x devient égal à 8 ;

   — à la ligne 4 R devient égal à $8 \times 8 = 64$;

   — à la ligne 5 on ajoute $4 \times 8 = 32$ à R et donc que R devient égal à 96 ;

   — à la ligne 6 on ajoute -21 à R qui devient $96 - 21 = 75$

   — qui sera affiché à la ligne 7.

5. Pour que l'aire du rectangle soit égale à celle du carré, il est nécessaire que :

   $x^2 + 4x - 21 = x^2$

   On soustrait x^2 aux deux membres.

   $4x - 21 = 0$

   On ajoute 21 aux deux membres.

   $4x = 21$

   On divise les deux membres par 4.

   $x = 5{,}25$

   Pour que l'aire du rectangle soit égale à celle du carré, il faut donc choisir le nombre 5,25.

EXERCICE 5 ... points

1. Fuite : 1 goutte /s
   En une journée : $1 \times 60 \times 60 \times 24 = 86\,400$ gouttes.

2. En une semaine : $86400 \times 7 = 604\,800$ gouttes
   $604\,800 \div 20 = 30\,240$ mL $= 30,24$ L.

3. $V_{\text{vasque}} = \pi \times 20^2 \times 15 \approx 18\,850\text{cm}^3$ soit $18,85\text{dm}^3$ ou $18,85$ L.

4. Le volume d'eau qui s'écoule est de 30,24 L, ce qui est supérieur au volume de la vasque (18,85 L).
   L'eau va donc déborder.

5. En 2004 : 165 L par jour et par habitant.
   En 2018 : 148 L par jour et par habitant.
   Pourcentage de diminution :

$$\frac{165-148}{165} \approx 0,10 \text{ soit } 10~\%$$