



Solutions des exercices

Corrections du chapitre 1

Calcul Mental

1. $9 \times 7 = 63$
2. Prendre le tiers d'un nombre revient à le diviser par 3.
Ainsi, le tiers de 30 est : $30 \div 3 = 10$.
3. $88 - 19 = 88 - 20 + 1 = 69$
4. $0,49 + 4,6 = 5,09$
5. $5,94 \times 1000 = 5\,940$
6. $99 + \frac{5}{1\,000} + \frac{4}{10} = 99 + 0,005 + 0,4 = 99,405$

Exercices d'entraînement

1

1. $\frac{1}{5} \times 5,5 = \frac{5,5}{5} = 1,1$.
2. On calcule d'abord $\frac{1}{4}$ de 20.
 $\frac{1}{4} \times 20 = \frac{20}{4} = 5$.
5 élèves ont un chien.
Le nombre d'élèves n'en ayant pas est donc donné par : $20 - 5 = 15$.
Mentalement :
Pour calculer $\frac{1}{4}$ d'une quantité, on la divise par 4.
Ainsi, $\frac{1}{4} \times 20 = 20 \div 4 = 5$.
3. 12 parts de pizzas coûtent 5×12 €, soit 60 €.
4. $\frac{3}{8} \times 48 = 18$
Mentalement :
Pour multiplier 48 par $\frac{3}{8}$, on commence par diviser 48 par 8 (car la division "tombe juste") : on obtient $\frac{48}{8} = 6$.
Puis, on multiplie ce résultat par 3, ce qui donne : $3 \times 6 = 18$.
5. $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 20}{5 \times 20} = \frac{80}{100} = 80\%$
6. On reconnaît une situation de proportionnalité.
La masse de pommes est proportionnelle au prix payé.
On remarque qu'on demande le prix pour une quantité double ($7,6 = 2 \times 3,8$).
Ainsi, le prix à payer pour 7,6 kg de pommes est : $7,60 \times 2 = 15,20$ €
7. On reconnaît une situation de proportionnalité.
La masse de fruits est proportionnelle au prix payé.
On remarque que le prix demandé est celui qui correspond à la différence des deux masses données dans la question.
Ainsi, le prix est alors donné par la différence des deux prix.
On a $5 \text{ kg} = 12 \text{ kg} - 7 \text{ kg}$, donc les 5 kg de citrons coûteront $12,60 \text{ €} - 7,35 \text{ €} = 5,25$ €.
8. Comme $300 \text{ g} = 0,3 \text{ kg}$, le prix de 300 g de café du Nicaragua est donné par :
 $0,3 \times 25 = 7,5$.
Le prix de 300 g de café du Nicaragua est 7,50 €. **Mentalement :**
 $0,3 \times 25 = 3 \times 0,1 \times 25 = 3 \times 2,5 = 7,50$.



9. Il faut **20 s** pour remplir le seau de 5 L.

Mentalement :

On commence par déterminer le temps en secondes (puisque dans la question, il est demandé un temps en secondes) qu'il faut pour remplir 1 L.

Comme le débit est de 15 L pour une minute soit 60 secondes, on divise 60 par 15 pour obtenir ce temps : $\frac{60}{15} = 4$ s.

Puisqu'il faut 4 s pour remplir un litre, il en

faut 5 fois plus pour remplir un seau de 5 L, soit $4 \times 5 = 20$ s.

10. Sa note est de 18 sur 20.

Mentalement :

Pour obtenir la note sur 20, on multiplie sa note par 2 (on obtient 54), puis on divise le résultat par 3, soit $54 \div 3 = 18$.

En multipliant par 2, on obtient sa note sur 60, puis en divisant par 3, on la ramène sur 20.

2

1. Le coefficient de proportionnalité est donné par le quotient de 125 par 50, soit $\frac{125}{50} = 2,5$.
2. On complète le tableau de proportionnalité.
Pour la colonne 1, on calcule : $200 \div 2,5 = 80$.
Pour la colonne 2, on calcule : $70 \times 2,5 = 175$.

Grandeur A	80	70	50
Grandeur B	200	175	125

) $\times 2,5$

3

1. La proportion p est donnée par le quotient : $\frac{30}{150} = 0,2$.
 $0,2 = \frac{20}{100}$. J'ai donc donné **20 %** du montant total du cadeau.
2. La proportion p est donnée par le quotient : $\frac{1\,020}{1\,700} = 0,6$.
 $0,6 = \frac{60}{100}$. Il y a donc **60 %** de personnes mineures dans le public.

4

1. $20\% = 0,2 = \frac{20}{100}$
2. $5,1 = \frac{510}{100} = 510\%$
3. $\frac{3}{500} = 0,006 = 0,6\%$
4. $0,007 = \frac{0,7}{100} = 0,7\%$

5

1. Calculer la fraction d'un nombre, c'est multiplier la fraction par ce nombre.
Ainsi, $\frac{3}{7}$ de 77 est égal à $\frac{3}{7} \times 77 = \frac{3 \times 77}{7} = \frac{3 \times 7 \times 11}{7} = 33$.
2. Calculer la fraction d'un nombre, c'est multiplier la fraction par ce nombre.
Ainsi, $\frac{2}{11}$ de 110 est égal à $\frac{2}{11} \times 110 = \frac{2 \times 110}{11} = \frac{2 \times 11 \times 10}{11} = 20$.
3. Calculer la fraction d'un nombre, c'est multiplier la fraction par ce nombre.

Ainsi, $\frac{9}{5}$ de 45 est égal à $\frac{9}{5} \times 45 = \frac{9 \times 45}{5} = \frac{9 \times 5 \times 9}{5} = 81$.

4. Calculer la fraction d'un nombre, c'est multiplier la fraction par ce nombre.

Ainsi, $\frac{9}{11}$ de 99 est égal à $\frac{9}{11} \times 99 = \frac{9 \times 99}{11} = \frac{9 \times 11 \times 9}{11} = 81$.

6

La population de référence est celle des élèves du lycée.

La sous-population est celle des élèves de première et d'après l'énoncé, $p_1 = 28\%$.

Les élèves de 1ère technologique sont une sous-population des élèves de première, qui représente d'après l'énoncé d'après l'énoncé, $p_2 = 40\%$.

Pour connaître la proportion p des élèves de première technologique par rapport à la population de référence (les élèves du lycée), on calcule $p = p_1 \times p_2$, ce qui revient à calculer 28 % de 40 %.

Ainsi, $p = 0,28 \times 0,4 = 0,112$.

Il y a 11,2 % d'élèves de première technologique parmi les élèves du lycée.

7

1. La population de référence est celle des spectateurs du match.

On note $N = 2\,942$ son effectif.

La sous-population étudiée est celle des spectateurs de moins de 20 ans.

On note $n = 1\,193$ son effectif.

D'après le cours, on sait que la proportion d'une sous-population dans une population est :

$$p = \frac{\text{Effectif de la sous population}}{\text{Effectif de la population de référence}} = \frac{n}{N} = \frac{1\,193}{2\,942} \approx 0,41$$

La proportion de moins de 20 ans parmi les spectateurs est $p \approx 41\%$.

2. La population de référence est celle des élèves de Terminale STMG.

On note $N = 30$ son effectif.

La sous-population étudiée est celle des bacheliers de cette classe qui ont obtenu une place en BTS ou en IUT.

On note $n = 17$ son effectif.

D'après le cours, on sait que la proportion d'une sous-population dans une population est :

$$p = \frac{\text{Effectif de la sous population}}{\text{Effectif de la population de référence}} = \frac{n}{N} = \frac{17}{30} \approx 0,57$$

La proportion d'élèves qui ont obtenu une place en BTS ou en IUT dans cette classe est $p \approx 57\%$.

QCM

1. La proportion d'employés est : $\frac{40}{200} = \frac{1}{5}$.

Les trois catégories forment l'entreprise. La somme de leurs proportions est donc égale à 1.

La proportion de techniciens est alors : $1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} = \frac{11}{20}$.

La bonne réponse est la réponse **A**.

2. $\frac{3}{25} = \frac{3 \times 4}{25 \times 4} = \frac{12}{100} = 12\%$

La bonne réponse est la réponse **C**.

3. On a $y = k \times x$.

Méthode 1 – avec le coefficient de proportionnalité :

On calcule k avec une colonne connue : $k = \frac{60}{6} = 10$.

On a $? = \frac{200}{k} = \frac{200}{10} = 20$

Méthode 2 – les produits en croix sont égaux :

On a $? \times 60 = 6 \times 200$, donc $? = \frac{6 \times 200}{60} = 20$.

Vérification : $6 \times 200 = 1\,200$ et $20 \times 60 = 1\,200$
Astuce : sans calculatrice, un ordre de grandeur du produit en croix à obtenir permet souvent de déterminer la seule proposition qui permet de l'approcher.

La bonne réponse est la réponse **A**.

4. *Méthode 1 – calcul du prix unitaire :*

Le prix d'une pomme est : $\frac{7\text{ €}}{10} = 0,7\text{ €}$.

Donc le prix de 12 pommes est : $12 \times 0,7\text{ €} = 8,4\text{ €}$.

Méthode 2 – par produit en croix :

On a la proportion : $\frac{10 \text{ pommes}}{7\text{ €}} = \frac{12 \text{ pommes}}{?\text{ €}}$.

Donc $10 \times ? = 12 \times 7$, d'où $? = \frac{12 \times 7}{10} = 8,4$.

Le prix de 12 pommes est **8,4 €**.

Vérification : $10 \times 8,4 = 84$ et $12 \times 7 = 84$.

La bonne réponse est la réponse **B**.

5. Les trois quarts d'un cinquième est égal à

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \text{ soit } \frac{3}{20}$$

La bonne réponse est la réponse **C**.

6. Pour trouver le nombre de participants ayant réussi, on multiplie le nombre total de participants par la proportion de participants ayant réussi :

$$40 \times 0,6 = 4 \times \underbrace{10 \times 0,6}_{6} = 24$$

Il y a donc **24** participants ayant réussi dans cette compétition.

La bonne réponse est la réponse **D**.

7. La proportion des filles internes par rapport à l'ensemble des élèves du lycée est donnée par :

$$\frac{1}{10} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{40}$$

La bonne réponse est la réponse **B**.

8. 10 % représente $\frac{1}{4}$ de 40 %.

Donc le nombre d'enseignants venant en métro est : $\frac{80}{4} = 20$.

Il y a **20** enseignants qui viennent en métro.
 La bonne réponse est la réponse **C**.

9. La proportion de musiciens est donnée par $\frac{24}{60} = \frac{2}{5} = 0,4$, soit **40 %**.

La bonne réponse est la réponse **A**.

10. Exprimons chaque proportion sous forme de fraction :

• Candidat A : trois dixièmes = $\frac{3}{10} = \frac{18}{60}$

• Candidat B : 35 % = $\frac{35}{100} = \frac{7}{20} = \frac{21}{60}$

• Candidat C : un dixième = $\frac{1}{10} = \frac{6}{60}$

• Candidat D : $1 - \frac{3}{10} - \frac{35}{100} - \frac{1}{10} = \frac{15}{60}$

En comparant les fractions : $\frac{6}{60} < \frac{15}{60} < \frac{18}{60} < \frac{21}{60}$

Le candidat ayant recueilli le moins de votes est donc le candidat **C**.

La bonne réponse est la réponse **B**.

Corrections du chapitre 2

Calcul Mental

1. $15 \text{ s} = \frac{1}{4} \text{ min} = 0,25 \text{ min}.$

Ainsi, $5 \text{ min } 15 \text{ s} = 5 \text{ min} + 0,25 \text{ min} = 5,25 \text{ min}.$

2. Le nombre d'unités est rendu mille fois plus grand, donc :
 $5,209 \times 1\,000 = 5\,209$

3. 10 % de 952, c'est $\frac{10}{100} \times 952 = \frac{10 \times 952}{100} = \frac{9\,520}{100} = 95,2.$

4. $100 \div 5 = 20$
 Donc, chaque groupe contient 20 élèves.

5. $124 - 29 = 124 - 30 + 1 = 95$

6. $1 - \frac{3}{4} = \frac{1 \times 4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

Exercices d'entraînement

1

1. 10 % de 5 = $0,1 \times 5 = 0,5$

Mentalement :

Prendre 10 % d'une quantité revient à la diviser par 10.

Ainsi, 10 % de 5 = $\frac{5}{10} = 0,5.$

2. Les ados qui pratiquent le volley ou la gym représentent $40 \% + 40 \% = 80 \%$.

Donc on calcule : $100 \% - 80 \% = 20 \%$.

20 % des ados de cette association sportive pratiquent la natation.

3. 5 % de 400 = 20.

Mentalement :

Prendre 5 % d'une quantité revient à la diviser par 20 soit la diviser par 10 puis par 2.

Ainsi, 5 % de 400 = $400 \div 10 \div 2 = 40 \div 2 = 20.$

4. La réduction est de 12 euros sur un total de 40 euros.

Le pourcentage de baisse est donné par le quotient : $\frac{12}{40} = \frac{3 \times 4}{10 \times 4} = \frac{3}{10} = 0,3 = 30 \%$.

Mentalement :

Calculez 10 % du prix.

La réduction est un multiple de 10 %.

5. $0,69 = \frac{69}{100} = 69 \%$

6. Les maisons représentent 60% des logements.

Il y en a donc : $0,6 \times 4\,000 = 2\,400.$

Dans cette ville, il y a 2 400 maisons.

Parmi ces maisons, il y a 40 % de T2.

40 % de 2 400 = $0,4 \times 2\,400 = 960.$

Il y a donc 960 maisons de type T2 dans cette ville.

Mentalement :

Prendre 10 % d'une quantité revient à la diviser par 10.

Pour calculer 20 %, 30 %, 40 %, d'une quantité, on commence par calculer 10 % de cette quantité en la divisant par 10, puis on multiplie par 2 ce résultat si on veut en calculer 20 %, par 3 si on veut en calculer 30 %,

7. $37 \% = \frac{37}{100} = 0,37$

Donc prendre 37 % d'une quantité revient à la multiplier par 0,37.

8. 2 % de 1 000 = $0,02 \times 1\,000 = 20$

Donc 20 élèves étudient le grec.

9. Pour passer de 5 % à 100 %, on multiplie par 20.

5 % de $N = 2,5$

100 % de $N = 20 \times 2,5$

100 % de $N = \frac{2 \times 10}{=20} \times 2,5$

$N = 50$

Remarque :

Pour multiplier un nombre par 20, on peut le multiplier par 10, puis par 2.

10. Prendre 10 % d'une quantité revient à la diviser par 10.

10 % de 20 est égal à 2.

En multipliant par 9, on obtient :

90 % de 20 est égal à 18.

Ainsi $p = 90.$

2

1. 25 % de 40 = $40 \div 4 = 10$

2. 60 % de 62 = $\frac{60}{100} \times 62 = (60 \times 62) \div 100 = 3720 \div 100 = 37,2$

60 % de 62 = $\frac{60}{100} \times 62 = (62 \div 100) \times 60 = 0,62 \times 60 = 37,2$

60 % de 62 = $\frac{60}{100} \times 62 = 0,6 \times 62 = 37,2$

60 % de 62, c'est 50 % de 62 plus 10 % de 62 soit la moitié de 62 plus 10 % de 62 :

60 % de 62 = $62 \div 2 + 62 \div 10 = 37,2$

3. 30 % de 6 = $\frac{30}{100} \times 6 = (30 \times 6) \div 100 = 180 \div 100 = 1,8$

30 % de 6 = $\frac{30}{100} \times 6 = (6 \div 100) \times 30 = 0,06 \times 30 = 1,8$

30 % de 6 = $\frac{30}{100} \times 6 = 0,3 \times 6 = 1,8$

30 % de 6, c'est 3 fois 10 % de 6 : 30 % de 6 =

$3 \times 6 \div 10 = 1,8$

4. 75 % de 28 = $28 \div 4 \times 3 = 7 \times 3 = 21$

5. 10 % de 82 = $\frac{10}{100} \times 82 = (10 \times 82) \div 100 = 820 \div 100 = 8,2$

10 % de 82 = $\frac{10}{100} \times 82 = (82 \div 100) \times 10 = 0,82 \times 10 = 8,2$

10 % de 82 = $\frac{10}{100} \times 82 = 0,1 \times 82 = 8,2$

6. 90 % de 12 = $\frac{90}{100} \times 12 = (90 \times 12) \div 100 = 1080 \div 100 = 10,8$

90 % de 12 = $\frac{90}{100} \times 12 = (12 \div 100) \times 90 = 0,12 \times 90 = 10,8$

90 % de 12 = $\frac{90}{100} \times 12 = 0,9 \times 12 = 10,8$

90 % de 12, c'est 12 moins 10 % de 12 :
90 % de 12 = $12 - 12 \div 10 = 10,8$

3

1. Sur 25 pièces, 7 sont défectueuses, alors avec 4 fois plus de pièces, on obtient 100 pièces dont 28 défectueuses car $7 \times 4 = 28$. La proportion de pièces défectueuses dans cette usine est donc de $\frac{28}{100}$, soit 28

2. Avec 1 000 questions et 580 réussies, alors avec 10 fois moins de questions, on obtient 100 questions dont 58 réussies car $580 \div 10 = 58$.

La proportion de réussite à ce contrôle est donc de $\frac{58}{100}$, soit 58

3. Sur 50 livres, 28 sont des BD, alors avec 2 fois plus de livres, on obtient 100 livres dont

56 bandes dessinées car $28 \times 2 = 56$.

La proportion de bandes dessinées dans cette bibliothèque est donc de $\frac{56}{100}$, soit 56

4. Sur 20 véhicules, 12 sont des vélos, alors avec 5 fois plus de véhicules, on obtient 100 véhicules dont 60 vélos car $12 \times 5 = 60$.

La proportion de vélos dans ce parking est donc de $\frac{60}{100}$, soit 60

5. Sur 500 tirs, il y a 300 buts, alors avec 5 fois moins de tirs, il aurait effectué 100 tirs et marqué 60 buts $300 \div 5 = 60$.

La proportion de réussite aux tirs au but est donc de $\frac{60}{100}$, soit 60

4

1. Le nombre d'élèves qui portent des lunettes est égal à :

$1\,100 \times \frac{10}{100} = \frac{11\,000}{100} = 110$.

2. Le nombre d'habitants qui pratiquent un sport est égal à :

$5\,000 \times \frac{25}{100} = \frac{125\,000}{100} = 1\,250$.

3. Le nombre d'habitants qui ont une taille supérieure à 1,75 m est égal à :

$10\,000 \times \frac{30}{100} = \frac{300\,000}{100} = 3\,000$.

4. Le nombre de membres qui aiment le chocolat est égal à :

$300 \times \frac{40}{100} = \frac{12\,000}{100} = 120$.

5

1. Le nombre de membres participant à ce bal est égal à :

$$150 \times \frac{40}{100} = 60.$$

Le nombre de membres ne participant pas à ce bal est donc égal à :

$$150 - 60 = 90.$$

Une autre méthode consiste à calculer le pourcentage de membres ne participant pas à ce bal, qui est égal à $100\% - 40\% = 60\%$.

Le nombre de membres ne participant pas à ce bal est donc égal à :

$$150 \times \frac{60}{100} = 90.$$

2. Le nombre d'employés participant à cette collecte est égal à :

$$600 \times \frac{10}{100} = 60.$$

Le nombre d'employés ne participant pas à cette collecte est donc égal à :

$$600 - 60 = 540.$$

Une autre méthode consiste à calculer le pourcentage d'employés ne participant pas à cette collecte, qui est égal à $100\% - 10\% = 90\%$.

Le nombre d'employés ne participant pas à cette collecte est donc égal à :

$$600 \times \frac{90}{100} = 540.$$

3. Le nombre d'habitants participant à cette olympiade est égal à :

$$7\,000 \times \frac{30}{100} = 2\,100.$$

Le nombre d'habitants ne participant pas à cette olympiade est donc égal à :

$$7\,000 - 2\,100 = 4\,900.$$

Une autre méthode consiste à calculer le pourcentage d'habitants ne participant pas à cette olympiade, qui est égal à $100\% - 30\% = 70\%$.

Le nombre d'habitants ne participant pas à cette olympiade est donc égal à :

$$7\,000 \times \frac{70}{100} = 4\,900.$$

4. Le nombre de membres participant à cette collecte est égal à :

$$400 \times \frac{25}{100} = 100.$$

Le nombre de membres ne participant pas à cette collecte est donc égal à :

$$400 - 100 = 300.$$

Une autre méthode consiste à calculer le pourcentage de membres ne participant pas à cette collecte, qui est égal à $100\% - 25\% = 75\%$.

Le nombre de membres ne participant pas à cette collecte est donc égal à :

$$400 \times \frac{75}{100} = 300.$$

6

1. Pour appliquer une proportion à une valeur, on multiplie celle-ci par la proportion p . Comme ma participation représente 18 % de 150, j'ai donné :

$$\frac{18}{100} \times 150 = 0,18 \times 150 = 27$$

Ma participation au cadeau est de 27 €.

$$\frac{40}{100} \times x = 1\,128$$

$$0,4 \times x = 1\,128$$

$$x = \frac{1\,128}{0,4}$$

$$x = 2\,820$$

Il y a 2 820 oiseaux dans la réserve.

2. Soit x le nombre d'oiseaux. Comme 40 % de x est égal à 1 128, on a :

3. La proportion p est donnée par le quotient :

$$\frac{903}{2\,100} = 0,43.$$

$0,43 = \frac{43}{100}$. Il y a donc 43 % de personnes mineures dans le public.

7

Nombre décimal	0,4	0,66	0,5	0,77	0,42	0,7
Fraction décimale	$\frac{40}{100}$	$\frac{66}{100}$	$\frac{50}{100}$	$\frac{77}{100}$	$\frac{42}{100}$	$\frac{70}{100}$
Pourcentage	40 %	66 %	50 %	77 %	42 %	70 %

QCM

- La proportion de employés est égale à :
 $\frac{20}{400} = \frac{5}{100} = 5\%$.
 La proportion de techniciens est égale à $\frac{3}{4}$,
 c'est-à-dire 75 %.
 Les trois catégories forment l'ensemble des salariés, donc la proportion de cadres est :
 $100\% - 5\% - 75\% = 20\%$.
 Il y a donc 80 cadres, soit **20 %** des salariés.
 La bonne réponse est la réponse **B**.
- $20\% \text{ de } 400 = 0,2 \times 400 = 80$
 Donc **80** élèves étudient l'Espagnol.
 La bonne réponse est la réponse **C**.
- Prendre 10 % d'une quantité revient à la diviser par 10.
 $10\% \text{ de } 80 \text{ est égal à } 8$.
 En multipliant par 4, on obtient :
 $40\% \text{ de } 80 \text{ est égal à } 32$.
 Ainsi $p = 40$.
 La bonne réponse est la réponse **D**.
- Pour calculer 15 % de 200, on effectue le calcul **$0,15 \times 200$** .
- Prendre 25 % d'une valeur revient à la diviser par 4.
 - Prendre 10 % d'une valeur revient à la diviser par 10.
 - Prendre 20 % d'une valeur revient à en prendre deux fois 10 %.
 - Prendre 5 % d'une valeur revient à en prendre la moitié de 10 %. $25\% \text{ de } 96 = \frac{96}{4} = 24$
 $10\% \text{ de } 230 = \frac{230}{10} = 23$
 $5\% \text{ de } 460 = \frac{1}{2} \times \frac{460}{10} = \frac{46}{2} = 23$
 $20\% \text{ de } 115 = 2 \times \frac{115}{10} = 2 \times 11,5 = 23$
 Le plus grand résultat est donc donné par le calcul **25 % de 96 = 24**.
- En notant N le nombre total d'élèves, 4 % de N est égal à 50 élèves.
 Puisque $4\% = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$, alors N est 25 fois plus grand que 50.
 Ainsi, $N = 25 \times 50$ élèves soit **1 250** élèves au total.
 La bonne réponse est la réponse **D**.
- 10 % du prix représente 27 €, donc 100 % du prix représente 10 fois plus que 27 € (car $10 \times 10 = 100$).
 Le prix de l'article était donc : $10 \times 27 = 270$ €. La bonne réponse est la réponse **C**.
- Les déplacements sans vélo représentent 80 % du total.
 Pour trouver le nombre total, on divise par 8 (pour avoir 10 %), puis on multiplie par 10 (pour avoir 100 %) :
 $(8\,000 \div 8) \times 10 = 10\,000$ **déplacements**

Corrections du chapitre 3

Calcul Mental

1. Pour trouver le nombre manquant, on peut calculer $100 - 34 = 66$.
2. $(-8)^2 = (-8) \times (-8) = 64$
3. La somme des 3 valeurs est : $-5 + 8 + 15 = 18$.
La moyenne est donc $\frac{18}{3} = 6$.
4. $60 = 9 \times 6 + 6$ avec $6 < 9$ donc le reste de la division de 60 par 9 est 6.
5. $4 \times 0,22 \times 2,5 = 4 \times \underbrace{2,5 \times 0,22}_{=10}$
 $= 10 \times 0,22$
 $= 2,2$
6. Pour $x = 5$, on obtient : $5^2 + 5 + 3 = 33$
Pour $x = 5$, $x^2 + x + 3$ prend la valeur 33.

Exercices d'entraînement

1

1. Diminuer de 23 % revient à multiplier par $1 - \frac{23}{100}$.
Ainsi, le coefficient multiplicateur associé à une réduction de 23 % est $1 - 0,23$, soit 0,77.

Autre formulation :
Diminuer de 23 % une valeur revient à en prendre 77 % car $100 \% - 23 \% = 77 \%$.
Ainsi, le coefficient multiplicateur associé à une réduction de 23 % est $\frac{77}{100}$ soit 0,77.
2. Le nouveau prix est : 34 €.

Mentalement :
On calcule d'abord le montant de la réduction.
Pour calculer 15 % d'une quantité, on commence par calculer 10 % en divisant par 10 :
10 % de 40 est égal à $40 \div 10 = 4$.
Puis on calcule 5 % de 40 qui est égal à la moitié de 10 % de 40, soit $4 \div 2 = 2$.
Puisque 15 % est égal à 10 % + 5 %, 15 % de 40 est égal à $4 + 2 = 6$.
La réduction est donc de : 6 €.
Le nouveau prix est : $40 - 6 = 34$ €.
3. Augmenter de 92 % revient à multiplier par $1 + \frac{92}{100}$.
Ainsi, le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 92 % est $1 + 0,92$, soit 1,92.

Autre formulation :
Augmenter de 92 % une valeur revient à en prendre 192 % car $100 \% + 92 \% = 192 \%$.
Ainsi, le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 92 % est $\frac{192}{100}$ soit 1,92.
4. On remarque que l'expression $1 + \frac{p}{100}$ est égal au coefficient multiplicateur associé à une évolution de p %.
Le coefficient multiplicateur 0,37 est associé à une baisse de 63 %. Ainsi, $p = -63$.

On peut aussi résoudre l'équation :
 $1 + \frac{p}{100} = 0,37$
 $\frac{p}{100} = 0,37 - 1$
 $\frac{p}{100} = -0,63$
 $p = 100 \times (-0,63)$
 $p = -63$



5. Le nouveau prix est : **17 340 €**.

Mentalement :

On calcule d'abord le montant de l'augmentation.

Pour calculer 2 % d'une quantité, on commence par calculer 1 % en divisant par 100 : 1 % de 17 000 est égal à $17\,000 \div 100 = 170$. Puisque 2 % est 2 fois plus grand que 1 %, 2 % de 17 000 est égal à $2 \times 170 = 340$.

L'augmentation est donc de : **340 €**.

Le nouveau prix est : $17\,000 + 340 = 17\,340$ €.

6. Le prix a augmenté de 30 €, ce qui correspond à 50 % de 60 €.
Le prix du pull a donc augmenté de **50 %**.

7. Le prix a baissé de 4 €, ce qui correspond à 10 % de 40 €.
Le prix du blouson a donc baissé de **10 %**.

8. Multiplier par 0,97 revient à multiplier par $1 - \frac{3}{100}$.
Cela revient donc à diminuer de 3 %.
Ainsi, le taux d'évolution associé au coefficient multiplicateur 0,97 est **-3 %**

Autre formulation :

Multiplier une valeur par 0,97 revient à en prendre 97 %.

Cela signifie qu'on la diminue de 3 % car $100 \% - 3 \% = 97 \%$.

Le taux d'évolution est donc **-3 %**.

9. Multiplier par 0,92 revient à multiplier par $1 - \frac{8}{100}$.

Cela revient donc à diminuer de 8 %.

Ainsi, le taux d'évolution associé au coefficient multiplicateur 0,92 est **-8 %**

Autre formulation :

Multiplier une valeur par 0,92 revient à en prendre 92 %.

Cela signifie qu'on la diminue de 8 % car $100 \% - 8 \% = 92 \%$.

Le taux d'évolution est donc **-8 %**.

10. L'augmentation est de 48 euros sur un total de 80 euros.

Le pourcentage d'augmentation est donné par le quotient : $\frac{48}{80} = \frac{3 \times 16}{5 \times 16} = \frac{3}{5} = 0,6 =$ **60 %**.

Mentalement :

Calculez **10 %** du prix.

L'augmentation est un multiple de **10 %**.

2

- On cherche le coefficient multiplicateur CM connaissant le taux d'évolution $T = -9 \% = -0,09$.
Comme $CM = 1 + T$ alors $CM = 1 - 0,09 = 0,91$.
Ainsi, diminuer de 9 % revient à multiplier par **0,91**.
- On cherche le taux d'évolution T connaissant le coefficient multiplicateur $CM = 0,4$.
Comme $T = CM - 1$, alors $T = 0,4 - 1 = -0,6$.
Ainsi, multiplier par 0,4 revient à diminuer de 60 %, soit $T =$ **-60 %**.
- On cherche le taux d'évolution T connaissant le coefficient multiplicateur $CM = 1,21$.
Comme $T = CM - 1$, alors $T = 1,21 - 1 = 0,21$.
Ainsi, multiplier par 1,21 revient à augmenter de 21 %, soit $T =$ **+21 %**.
- On cherche le coefficient multiplicateur CM connaissant le taux d'évolution $T = 170 \% = 1,7$.
Comme $CM = 1 + T$ alors $CM = 1 + 1,7 = 2,7$.
Ainsi, augmenter de 170 % revient à multiplier par **2,7**.
- On cherche le taux d'évolution T connaissant le coefficient multiplicateur $CM = 0,78$.
Comme $T = CM - 1$, alors $T = 0,78 - 1 = -0,22$.
Ainsi, multiplier par 0,78 revient à diminuer de 22 %, soit $T =$ **-22 %**.
- On cherche le taux d'évolution T connaissant le coefficient multiplicateur $CM = 1,7$.
Comme $T = CM - 1$, alors $T = 1,7 - 1 = 0,7$.
Ainsi, multiplier par 1,7 revient à augmenter de 70 %, soit $T =$ **+70 %**.
- On cherche le coefficient multiplicateur CM connaissant le taux d'évolution $T = -17 \% = -0,17$.
Comme $CM = 1 + T$ alors $CM = 1 - 0,17 = 0,83$.
Ainsi, diminuer de 17 % revient à multiplier par **0,83**.
- On cherche le coefficient multiplicateur CM connaissant le taux d'évolution $T = 20 \% = 0,2$.
Comme $CM = 1 + T$ alors $CM = 1 + 0,2 = 1,2$.
Ainsi, augmenter de 20 % revient à multiplier par **1,2**.

9. On cherche le taux d'évolution T connaissant le coefficient multiplicateur $CM = 2$.
Comme $T = CM - 1$, alors $T = 2 - 1 = 1$.
Ainsi, multiplier par 2 revient à augmenter de 100 %, soit $T = +100 \%$.
10. On cherche le taux d'évolution T connaissant le coefficient multiplicateur $CM = 0,7$.
Comme $T = CM - 1$, alors $T = 0,7 - 1 = -0,3$.
Ainsi, multiplier par 0,7 revient à diminuer de 30 %, soit $T = -30 \%$.

3

1. Diminuer de 35 % revient à multiplier par $1 - \frac{35}{100} = 1 - 0,35 = 0,65$.
 $150\,000 \times 0,65 = 97\,500$
Le chiffre d'affaires en 2022 est de **97 500 €**.
2. Augmenter de 9 % revient à multiplier par $1 + \frac{9}{100} = 1 + 0,09 = 1,09$.
 $27 \times 1,09 = 29,43$
Le nouveau prix de l'abonnement est **29,43 €**.

4

1. On utilise la formule du cours qui exprime le taux d'évolution t en fonction de la valeur initiale V_i et la valeur finale V_f : $t = \frac{V_f - V_i}{V_i}$.
Ici : $t = \frac{252\,000 - 180\,000}{180\,000} = 0,4 = \frac{40}{100}$.
Le taux d'évolution du chiffre d'affaires est **40 %**.
Méthode 2 : On arrive aussi au même résultat en passant par le coefficient multiplicateur :
 $CM = \frac{V_f}{V_i} = \frac{252\,000}{180\,000} = 1,4$
 $t = 1,4 - 1 = 40 \%$
2. On utilise la formule du cours qui exprime le taux d'évolution t en fonction de la valeur initiale V_i et la valeur finale V_f : $t = \frac{V_f - V_i}{V_i}$.
Ici : $t = \frac{1,59 - 5,30}{5,30} = -0,7 = \frac{-70}{100}$.
L'évolution du prix est **-70 %**.
Méthode 2 : On arrive aussi au même résultat en passant par le coefficient multiplicateur :
 $CM = \frac{V_f}{V_i} = \frac{1,59}{5,30} = 0,3$
 $t = 0,3 - 1 = -70 \%$

5

1. Augmenter de 17 % revient à multiplier par $1 + \frac{17}{100} = 1 + 0,17 = 1,17$.
Pour retrouver la population initiale, on va donc diviser le nombre d'habitants actuel par 1,17.
 $\frac{666\,900}{1,17} = 570\,000$
Il y a 10 ans cette ville comptait **570 000** habitants.
2. Diminuer de 5 % revient à multiplier par $1 - \frac{5}{100} = 1 - 0,05 = 0,95$.
Pour retrouver le chiffre d'affaires initial, on va donc diviser le chiffre d'affaires final par 0,95.
 $\frac{209\,000}{0,95} = 220\,000$
Le chiffre d'affaires en 2021 était de **220 000 €**.

QCM

1. Si un prix a été divisé par 4, cela signifie que le coefficient multiplicateur est $CM = \frac{1}{4} = 0,25$.
Le taux d'évolution T vérifie : $T = CM - 1 = 0,25 - 1 = -0,75 = -75\%$.
Le prix a donc diminué de **75 %**.
2. Diminuer de 59 % revient à multiplier par 0,41 (coefficient multiplicateur).
Si V_i est le prix initial, on a : $V_i \times 0,41 = 153$.
Ainsi, le prix initial est donné par : $\frac{153}{0,41}$.
La bonne réponse est la réponse **A**.
3. Le taux d'évolution t est donné par la formule :
$$t = \frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$$

Ici : $t = \frac{240 - 120}{120} = 1$
Le taux d'évolution est donc de **100 %**.
4. On obtient $N(n+1)$ en augmentant $N(n)$ de 20 % de $N(n)$.
On a donc : $N(n+1) = N(n) + \frac{20 \times N(n)}{100}$.
5. Après une augmentation de 40 %, le nouveau prix est $P \times 1,4$.
Après une deuxième augmentation de 40 %, le prix devient :
$$(P \times 1,4) \times 1,4 = P \times \left(1 + \frac{40}{100}\right)^2 = P \times \left(1 + \frac{2}{5}\right)^2 = P \times 1,4^2$$

La bonne réponse est la réponse **B**.
6. Multiplier par 0,97 revient à multiplier par $1 - \frac{3}{100}$.
Cela revient donc à diminuer de 3 %.
Ainsi, le taux d'évolution associé au coefficient multiplicateur 0,97 est -3 %

Autre formulation :
Multiplier une valeur par 0,97 revient à en prendre 97 %.
Cela signifie qu'on la diminue de 3 % car $100\% - 3\% = 97\%$.
Le taux d'évolution est donc **-3 %**.
La bonne réponse est la réponse **A**.
7. Diminuer de 23 % revient à multiplier par $(1 - 0,23)$ (coefficient multiplicateur).

En effet, $23\% = \frac{23}{100} = 0,23$.

Ainsi, le nouveau prix est donné par : $108 \times (1 - 0,23)$.

8. Correction 1 :

On cherche le nombre k tel que $k \times 24 = 30$.

On obtient $k = \frac{30}{24} = \frac{5}{4} = 1,25$.

Correction 2 :

Le prix a augmenté de 6 euros, ce qui représente 25 % de 24 euros.

Le coefficient multiplicateur associé à cette hausse est 1,25.

On peut dire que le prix a été multiplié par **1,25**.

La bonne réponse est la réponse **B**.

9. Le prix a augmenté de 2 €, ce qui correspond à 10 % de 20 €.

Le prix du pull a donc augmenté de **10 %**.

La bonne réponse est la réponse **A**.

10. Diminuer de 90 % revient à multiplier par $1 - \frac{90}{100}$.

Ainsi, le coefficient multiplicateur associé à une réduction de 90 % est $1 - 0,9$, soit 0,1.

Autre formulation :

Diminuer de 90 % une valeur revient à en prendre 10 % car $100\% - 90\% = 10\%$.

Ainsi, le coefficient multiplicateur associé à une réduction de 90 % est $\frac{10}{100}$ soit **0,1**.

La bonne réponse est la réponse **A**.

11. Le nouveau prix est : **28,5 €**.

Mentalement :

On calcule d'abord le montant de la réduction.

Pour calculer 5 % d'une quantité, on commence par calculer 10 % en divisant par 10 : 10 % de 30 est égal à $30 \div 10 = 3$.

Puisque 5 % est deux fois plus petit que 10 %, 5 % de 30 est égal à $3 \div 2 = 1,5$.

La réduction est donc de : **1,5 €**.

Le nouveau prix est : $30 - 1,5 = 28,5$ €.

La bonne réponse est la réponse **D**.

Corrections du chapitre 4

Calcul Mental

1. On peut calculer ainsi :

$$\begin{aligned} 0,4 \times 9 &= 0,1 \times 4 \times 9 \\ &= 0,1 \times 36 \\ &= 3,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 + \frac{2}{3} &= \frac{4 \times 3}{3} + \frac{2}{3} \\ 2. \quad &= \frac{12}{3} + \frac{2}{3} \\ &= \frac{14}{3} \end{aligned}$$

3. 40 % de 20 = 8

Prendre 40 % de 20 revient à prendre 4×10 % de 20.

Comme 10 % de 20 vaut 2 (pour prendre 10 % d'une quantité, on la divise par 10), alors 40 % de 20 = $4 \times 2 = 8$.

4. $\frac{11}{5} = 2,2$

5. Comme
- $25 < 31 < 36$
- , alors
- $5 < \sqrt{31} < 6$
- .

6. Pour additionner des fractions, on les met au même dénominateur.

Le plus petit dénominateur commun est 12.

Ainsi,

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} + \frac{5}{6} &= \frac{9}{12} + \frac{10}{12} \\ &= \frac{19}{12} \text{ (fraction irréductible)} \end{aligned}$$

Exercices d'entraînement

1

1. Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 10 % est 0,9.

Le coefficient multiplicateur associé à deux baisses successives de 10 % est le produit des coefficients multiplicateurs, soit $0,9 \times 0,9 = 0,81$.

L'évolution globale est donnée par $0,81 - 1 = -0,19 = -19$ %.

2. Diminuer de 10 % revient à multiplier par 0,9 et augmenter de 10 % revient à multiplier par 1,1.

Globalement cela revient donc à multiplier par $0,9 \times 1,1 = 0,99$.

Multiplier par 0,99 revient à multiplier par $1 - 0,01$.

Le taux d'évolution global est donc : -1 %.

3. Le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 10 % est 1,1.

Le coefficient multiplicateur associé à deux augmentations successives de 10 % est le produit des coefficients multiplicateurs, soit $1,1 \times 1,1 = 1,21$.

L'évolution globale est donnée par $1,21 - 1 = 0,21 = 21$ %.

4. Correction 1 :

On cherche le nombre k tel que $k \times 48 = 60$.

$$\text{On obtient } k = \frac{60}{48} = \frac{5}{4} = 1,25.$$

- Correction 2 :

Le prix a augmenté de 12 euros, ce qui représente 25 % de 48 euros.

Le coefficient multiplicateur associé à cette hausse est 1,25.

On peut dire que le prix a été multiplié par 1,25.

5. Multiplier par 1,4 revient à multiplier par
- $1 + \frac{40}{100}$
- .

Cela revient donc à augmenter de 40 %.

Ainsi, le taux d'évolution associé au coefficient multiplicateur 1,4 est +40 %.

Autre formulation :

Multiplier une valeur par 1,4 revient à en prendre 140 %.

Cela signifie qu'on l'augmente de 40 % car $100 \% + 40 \% = 140 \%$.

Le taux d'évolution est donc +40 %.

2

1. Pour déterminer le taux d'évolution global, on commence par calculer le coefficient multiplicateur global.

Si une grandeur subit des évolutions successives, le coefficient multiplicateur global est le produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution :

Première évolution :

Augmenter de 2 % revient à multiplier par $CM_1 = 1 + \frac{2}{100} = 1,02$.

Deuxième évolution :

Augmenter de 11 % revient à multiplier par $CM_2 = 1 + \frac{11}{100} = 1,11$.

Le coefficient multiplicateur global est égal à $CM = CM_1 \times CM_2 = 1,02 \times 1,11 = 1,1322$.

Évolution globale :

Le taux d'évolution global est égal à : $T = CM - 1 = 1,1322 - 1 = 0,1322 = 13,22\%$.

Le nombre d'habitants de cette ville a augmenté de **13,22 %** entre 2021 et 2022.

2. Pour déterminer le taux d'évolution global, on commence par calculer le coefficient multiplicateur global.

Si une grandeur subit des évolutions successives, le coefficient multiplicateur global est le produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution :

Première évolution :

Augmenter de 1 % revient à multiplier par $CM_1 = 1 + \frac{1}{100} = 1,01$.

Deuxième évolution :

Diminuer de 6 % revient à multiplier par $CM_2 = 1 - \frac{6}{100} = 0,94$.

Le coefficient multiplicateur global est égal à $CM = CM_1 \times CM_2 = 1,01 \times 0,94 = 0,9494$.

Évolution globale :

Le taux d'évolution global est égal à : $T = CM - 1 = 0,9494 - 1 = -0,0506 = -5,06\%$.

Le nombre d'adhérents de cette association a diminué de **5,06 %** entre 2020 et 2022.

QCM

1. À partir des évolutions en pourcentage, on déduit les coefficients multiplicateurs :

On note $CM_1 = 1 - \frac{10}{100} = 0,9$ et $CM_2 = 1 + \frac{40}{100} = 1,4$.

Le coefficient multiplicateur global est :

$$CM = CM_1 \times CM_2 = 0,9 \times 1,4 = 1,26$$

Or, multiplier par 1,26 revient à avoir **une augmentation de 26 %**.

La bonne réponse est la réponse **A**.

2. Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 50 % est 0,5.

Le coefficient multiplicateur associé à deux baisses successives de 50 % est le produit des coefficients multiplicateurs, soit $0,5 \times 0,5 = 0,25$.

L'évolution globale est donnée par $0,25 - 1 = -0,75 = -75\%$.

La bonne réponse est la réponse **C**.

3. Lorsqu'on applique une augmentation de 50 %, on ajoute 50 % du prix initial.

Lorsqu'on applique ensuite une diminution de 50 %, on retire 50 % du nouveau prix (qui est plus grand que le prix initial).

Par conséquent, la somme retirée est plus importante que la somme ajoutée initialement.

Le prix final sera donc strictement inférieur au prix initial.

Autre justification :

Le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de taux T est $CM_1 = 1 + T$.

Celui associé à une diminution de même taux T est $CM_2 = 1 - T$.

Ainsi le coefficient multiplicateur global est $CM_G = CM_1 \times CM_2 = \underbrace{(1 + T)(1 - T)}_{(a+b)(a-b)} = \underbrace{1 - T^2}_{a^2 - b^2}$.

Ce dernier résultat montre que le coefficient multiplicateur global est inférieur à 1.

Ainsi le prix final sera strictement inférieur au prix initial.

La bonne réponse est la réponse **B**.

Corrections du chapitre 5

Calcul Mental

1. $15 - 7 \times 9 = -48$

2. 25 % de 80 = 20

Prendre 25 % de 80 revient à prendre le quart de 80.

Ainsi, 25 % de 80 est égal à $80 \div 4 = 20$.

3. $\frac{5}{6} \times \frac{-7}{5} = -\frac{7 \times 5}{6 \times 5} = -\frac{7}{6}$

4. On utilise la formule $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ avec $a = 2$, $n = 4$ et $p = 8$.

$$\frac{2^4}{2^8} = 2^{4-8} = 2^{-4}$$

5. On a :

$$1 + \frac{1}{8} = \frac{1 \times 8}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8} + \frac{1}{8} = \frac{9}{8}$$

6. $9,3 = 9 \text{ h} + 0,3 \times 60 \text{ min} = 9 \text{ h } 18 \text{ min}$

Exercices d'entraînement

1

1. Augmenter de 10 % revient à multiplier par $1 + \frac{10}{100}$.

Ainsi, le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 10 % est $1 + 0,1$, soit 1,1.

Autre formulation :

Augmenter de 10 % une valeur revient à en prendre 110 % car $100 \% + 10 \% = 110 \%$.

Ainsi, le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 10 % est $\frac{110}{100}$ soit 1,1.

2. Le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 30 % est 1,3.

Le coefficient multiplicateur associé à deux augmentations successives de 30 % est le produit des coefficients multiplicateurs, soit $1,3 \times 1,3 = 1,69$.

L'évolution globale est donnée par $1,69 - 1 = 0,69 = 69 \%$.

3. Diminuer de 1 % revient à multiplier par $1 - \frac{1}{100}$.

Ainsi, le coefficient multiplicateur associé à une réduction de 1 % est $1 - 0,01$, soit 0,99.

Autre formulation :

Diminuer de 1 % une valeur revient à en prendre 99 % car $100 \% - 1 \% = 99 \%$.

Ainsi, le coefficient multiplicateur associé à une réduction de 1 % est $\frac{99}{100}$ soit 0,99.

4. Multiplier par 1,5 revient à multiplier par $1 + \frac{50}{100}$.

Cela revient donc à augmenter de 50 %.

Ainsi, le taux d'évolution associé au coefficient multiplicateur 1,5 est +50 %.

Autre formulation :

Multiplier une valeur par 1,5 revient à en prendre 150 %.

Cela signifie qu'on l'augmente de 50 % car $100 \% + 50 \% = 150 \%$.

Le taux d'évolution est donc +50 %.

5. Calculer 52 % de 25 revient à calculer 25 % de 52.

Prendre 25 % d'un nombre revient à le diviser par 4.

Ainsi, 52 % de 25 est égal à 13.

2

1. Pour déterminer le taux d'évolution réciproque, on commence par calculer le coefficient multiplicateur associé :

Diminuer de 6 % revient à multiplier par $1 - \frac{6}{100} = 0,94$

Le coefficient multiplicateur réciproque est donc :

$$CM_R = \frac{1}{0,94} \approx 1,0638$$

Remarque : Il faut arrondir les valeurs à 10^{-4} pour avoir un arrondi en pourcentage à 10^{-2} .

Le taux d'évolution réciproque est donc :

$$T_R = CM_R - 1 = 1,0638 - 1 = 0,0638 = 6,38\% \text{ ce qui correspond à une hausse de } 6,38\%.$$

Il faut donc appliquer une hausse d'environ **6,38 %** pour revenir au niveau de départ.

2. Pour déterminer le taux d'évolution réciproque, on commence par calculer le coefficient multiplicateur associé :

$$\text{Augmenter de } 47\% \text{ revient à multiplier par } 1 + \frac{47}{100} = 1,47$$

Le coefficient multiplicateur réciproque est donc :

$$CM_R = \frac{1}{1,47} \approx 0,6803.$$

Remarque : Il faut arrondir les valeurs à 10^{-4} pour avoir un arrondi en pourcentage à 10^{-2} .

Le taux d'évolution réciproque est donc :

$$T_R = CM_R - 1 = 0,6803 - 1 = -0,3197 = -31,97\% \text{ ce qui correspond à une baisse de } 31,97\%.$$

Il faut donc appliquer une baisse d'environ **31,97 %** pour revenir au prix initial.

QCM

1. Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 34 % est $1 - 0,34 = 0,66$.

Le coefficient multiplicateur réciproque est donc $\frac{1}{0,66}$.

On en déduit que le taux réciproque est $\frac{1}{0,66} - 1$ ou $\frac{0,34}{0,66}$.

Le taux réciproque est donc $\frac{0,34}{0,66}$.

La bonne réponse est la réponse **D**.

2. Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 50 % est $1 - 0,5 = 0,5$.

Comme $0,5 \times 2 = 1$, il faut donc multiplier par 2 (coefficient multiplicateur réciproque) pour revenir au prix initial.

Un coefficient multiplicateur de 2 correspond à un taux d'évolution de 100 %.

On en déduit qu'il faut une augmentation de **100 %**.

3. Augmenter de 43 % revient à multiplier par $1 + \frac{43}{100} = 1,43$.

Pour retrouver le prix initial, il faut diviser par ce coefficient, c'est-à-dire multiplier par le coefficient multiplicateur réciproque

$$\frac{1}{1,43}.$$

Le coefficient multiplicateur pour retrouver le prix initial est donc $\frac{1}{1,43}$.

4. Diminuer de 85 % revient à multiplier par $1 - \frac{85}{100} = 0,15$.

Pour retrouver le prix initial, il faut diviser par ce coefficient, c'est-à-dire multiplier par le coefficient multiplicateur réciproque $\frac{1}{0,15}$.

En multipliant par 100 le numérateur et le dénominateur, on a $\frac{1}{0,15} = \frac{100}{15}$, puis en

simplifiant par 5, on obtient $\frac{100}{15} = \frac{20}{3}$.

Le coefficient multiplicateur pour retrouver le prix initial est donc $\frac{20}{3}$.

Corrections du chapitre 6

Exercices d'entraînement

1

1. Le nombre $-4,751$ est négatif, alors que le nombre $4,761$ est positif. Comme deux nombres opposés ont le même carré, comparer $4,761^2$ et $(-4,751)^2$ revient à comparer $4,761^2$ et $4,751^2$.

La fonction carré étant strictement croissante sur $[0; +\infty[$, elle conserve l'ordre.

Cela signifie que deux nombres positifs sont rangés dans le même ordre que leurs carrés. Autrement dit, si a et b sont deux nombres positifs et si $a < b$, alors $a^2 < b^2$.

Comme $4,761 > 4,751$, alors $4,761^2 > 4,751^2$.

On en déduit que $4,761^2 > (-4,751)^2$.

2. La fonction inverse étant strictement décroissante sur $]0; +\infty[$, elle change l'ordre. Cela signifie que deux nombres strictement positifs sont rangés dans l'ordre inverse de leurs inverses.

Autrement dit, si a et b sont deux nombres strictement positifs et si $a < b$, alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

Comme $7,9 < 8$, alors $\frac{1}{7,9} > \frac{1}{8}$.

3. La fonction inverse étant strictement décroissante sur $]0; +\infty[$, elle change l'ordre. Cela signifie que deux nombres strictement positifs sont rangés dans l'ordre inverse de leurs inverses.

Autrement dit, si a et b sont deux nombres strictement positifs et si $a < b$, alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

Comme $6,8 < 7,3$, alors $\frac{1}{6,8} > \frac{1}{7,3}$.

4. Les deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus

grand numérateur.

Ainsi, $\frac{15}{22} > \frac{13}{22}$.

5. Le numérateur de $\frac{14}{47}$ est plus petit que le dénominateur de $\frac{14}{47}$.

On en déduit : $\frac{14}{47} < 1$.

6. $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 7}{5 \times 7} = \frac{14}{35}$ et $\frac{14}{35} > \frac{13}{35}$ donc $\frac{2}{5} > \frac{13}{35}$.

7. $\frac{4}{11} < 1$ et $\frac{45}{16} > 1$.

On en déduit : $\frac{4}{11} < \frac{45}{16}$.

8. Une fraction est inférieure à $\frac{1}{2}$ lorsque son numérateur est plus petit que la moitié de son dénominateur.

Ici, $13 \div 2 = 6,5$ et $6 < 6,5$ donc la fraction $\frac{6}{13}$ est inférieure à $\frac{1}{2}$ et, par suite, $\frac{6}{13}$ est placée

avant $\frac{1}{2}$ sur une droite graduée.

9. ☐ $\frac{31}{10}$ ☒ $\frac{338}{100}$

Comme $\frac{31}{10} = \frac{310}{100}$ et $\frac{310}{100} < \frac{338}{100}$, le plus grand nombre est : $\frac{338}{100}$.

10. Le plus grand nombre est : $4,7$.

En effet : $\frac{10}{5} = 2$ et $2 > 4,7$.

2

1. $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ et $\frac{3}{10} < \frac{5}{10}$ donc $\frac{3}{10} < \frac{1}{2}$.

2. $1 = \frac{19}{19}$ et $\frac{21}{19} > \frac{19}{19}$ donc $\frac{21}{19} > 1$.

3. $\frac{1}{2} = \frac{9}{18}$ et $\frac{10}{18} > \frac{9}{18}$ donc $\frac{10}{18} > \frac{1}{2}$.

4. $1 = \frac{18}{18}$ et $\frac{18}{18} > \frac{17}{18}$ donc $1 > \frac{17}{18}$.

3

1. Pour comparer facilement ces fractions, mettons-les toutes sur le même dénominateur (ici, ce sera 20).

$$\frac{9}{5} = \frac{9 \times 4}{5 \times 4} = \frac{36}{20}$$

$$1 = \frac{20}{20}$$

$$\frac{1}{20}$$

$$-\frac{7}{10} = \frac{-7 \times 2}{10 \times 2} = -\frac{14}{20}$$

$$-\frac{7}{2} = \frac{-7 \times 10}{2 \times 10} = -\frac{70}{20}$$

$$-\frac{70}{20} < -\frac{14}{20} < \frac{1}{20} < \frac{20}{20} < \frac{36}{20}$$

$$\text{Finalement : } -\frac{7}{2} < -\frac{7}{10} < \frac{1}{20} < 1 < \frac{9}{5}$$

2. Pour comparer facilement ces fractions, mettons-les toutes sur le même dénominateur (ici, ce sera 16).

$$1 = \frac{16}{16}$$

$$-\frac{9}{8} = \frac{-9 \times 2}{8 \times 2} = -\frac{18}{16}$$

$$\frac{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2 \times 8} = \frac{72}{16}$$

$$-\frac{11}{4} = \frac{-11 \times 4}{4 \times 4} = -\frac{44}{16}$$

$$\frac{1}{16}$$

$$-\frac{44}{16} < -\frac{18}{16} < \frac{1}{16} < \frac{16}{16} < \frac{72}{16}$$

$$\text{Finalement : } -\frac{11}{4} < -\frac{9}{8} < \frac{1}{16} < 1 < \frac{9}{2}$$

4

1. Dans la fraction $\frac{7}{4}$, on observe que le numérateur est supérieur au dénominateur, donc $A > 1$.

Alors que dans la fraction $\frac{8}{9}$, le numérateur est inférieur au dénominateur, donc $B < 1$.

On en déduit que $A > B$.

2. On peut procéder de deux manières différentes.

Première méthode : on calcule la différence $A - B$.

$$\begin{aligned} A - B &= \frac{5}{4} - \frac{4}{3} \\ &= \frac{5 \times 3}{4 \times 3} - \frac{4 \times 4}{3 \times 4} \\ &= \frac{15}{12} - \frac{16}{12} \\ &= \frac{15 - 16}{12} \\ &= -\frac{1}{12}. \end{aligned}$$

Cette différence est négative, donc $A < B$.

Deuxième méthode : on calcule le quotient de fractions $\frac{A}{B}$.

Comme les nombres A et B sont positifs, on peut comparer ce quotient à 1 :

$$\begin{aligned} \frac{A}{B} &= \frac{5}{4} \div \frac{4}{3} \\ &= \frac{5}{4} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{15}{16}. \end{aligned}$$

Comme $\frac{15}{16}$ est inférieur à 1, on obtient $A < B$.

3. On peut procéder de deux manières différentes.

Première méthode : on calcule la différence $A - B$.

$$\begin{aligned} A - B &= \frac{7}{8} - \frac{5}{6} \\ &= \frac{7 \times 6}{8 \times 6} - \frac{5 \times 8}{6 \times 8} \\ &= \frac{42}{48} - \frac{40}{48} \\ &= \frac{42 - 40}{48} \\ &= \frac{2}{48} \\ &= \frac{1}{24}. \end{aligned}$$

Cette différence est positive, donc $A > B$.

Deuxième méthode : on calcule le quotient de fractions $\frac{A}{B}$.

Comme les nombres A et B sont positifs, on peut comparer ce quotient à 1 :

$$\begin{aligned} \frac{A}{B} &= \frac{7}{8} \div \frac{5}{6} \\ &= \frac{7}{8} \times \frac{6}{5} \\ &= \frac{42}{40} \\ &= \frac{21}{20}. \end{aligned}$$

Comme $\frac{21}{20}$ est supérieur à 1, on obtient $A > B$.

5

1. Les nombres a et b sont strictement positifs. On étudie donc leur quotient :

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} &= \frac{8^{93} \times 5^{95}}{40^{94}} \\ &= \frac{8^{93} \times 5^{95}}{(8 \times 5)^{94}} \\ &= \frac{8^{93} \times 5^{95}}{8^{94} \times 5^{94}} \\ &= \frac{8^{93} \times 5 \times 5^{94}}{8 \times 8^{93} \times 5^{94}} \\ &= \frac{5}{8}. \end{aligned}$$

Comme $\frac{5}{8}$ est inférieur à 1, on en déduit que $a < b$.

2. Les nombres a et b sont strictement positifs. On étudie donc leur quotient :

$$\begin{aligned}\frac{a}{b} &= \frac{11^{75} \times 9^{77}}{99^{76}} \\ &= \frac{11^{75} \times 9^{77}}{(11 \times 9)^{76}} \\ &= \frac{11^{75} \times 9^{77}}{11^{76} \times 9^{76}} \\ &= \frac{11^{75} \times 9 \times 9^{76}}{11 \times 11^{75} \times 9^{76}} \\ &= \frac{9}{11}.\end{aligned}$$

Comme $\frac{9}{11}$ est inférieur à 1, on en déduit que $a < b$.

3. Les nombres a et b sont strictement positifs. On étudie donc leur quotient :

$$\begin{aligned}\frac{a}{b} &= \frac{3^{71} \times 5^{73}}{15^{72}} \\ &= \frac{3^{71} \times 5^{73}}{(3 \times 5)^{72}} \\ &= \frac{3^{71} \times 5^{73}}{3^{72} \times 5^{72}} \\ &= \frac{3^{71} \times 5 \times 5^{72}}{3 \times 3^{71} \times 5^{72}} \\ &= \frac{5}{3}.\end{aligned}$$

Comme $\frac{5}{3}$ est supérieur à 1, on en déduit que $a > b$.

6

1. On calcule la différence $A - B$:

$$\begin{aligned}A - B &= (8 - 2n) - (4 - n) \\ &= 8 - 4 - 2n + n \\ &= 4 - n.\end{aligned}$$

Comme $4 < n < 5$, on a $4 - n < 0$.

Par conséquent, $A < B$.

2. On calcule la différence $A - B$:

$$\begin{aligned}A - B &= (11 - 2\sqrt{11}) - (7 - \sqrt{11}) \\ &= 11 - 7 - 2\sqrt{11} + \sqrt{11} \\ &= 4 - \sqrt{11}.\end{aligned}$$

Comme $4 = \sqrt{16}$ et $\sqrt{16} > \sqrt{11}$, on a $4 > \sqrt{11}$, donc $4 - \sqrt{11} > 0$.

Par conséquent, $A > B$.

3. On calcule la différence $A - B$:

$$\begin{aligned}A - B &= (12 - 6\pi) - (9 - 5\pi) \\ &= 12 - 9 - 6\pi + 5\pi \\ &= 3 - \pi.\end{aligned}$$

On sait que $3 < \pi < 4$. Ainsi, $3 < \pi$. On a donc $3 - \pi < 0$.

Par conséquent, $A < B$.

7

1. On calcule la différence $A - B$:

$$\begin{aligned}
 A - B &= \frac{3}{1+2n} - \frac{2}{2+n} \\
 &= \frac{3(2+n) - 2(1+2n)}{(1+2n)(2+n)} \\
 &= \frac{6+3n-2-4n}{(1+2n)(2+n)} \\
 &= \frac{4-n}{(1+2n)(2+n)}.
 \end{aligned}$$

Les deux facteurs du dénominateur sont positifs, donc leur produit est positif. Le signe de $A - B$ est ainsi celui de $4 - n$.

Comme $3 < n < 4$, on a $4 - n > 0$.

Par conséquent, $A > B$.

2. On calcule la différence $A - B$:

$$\begin{aligned}
 A - B &= \frac{2}{5+\sqrt{15}} - \frac{3}{9+\sqrt{15}} \\
 &= \frac{2(9+\sqrt{15}) - 3(5+\sqrt{15})}{(5+\sqrt{15})(9+\sqrt{15})} \\
 &= \frac{18+2\sqrt{15}-15-3\sqrt{15}}{(5+\sqrt{15})(9+\sqrt{15})} \\
 &= \frac{3-\sqrt{15}}{(5+\sqrt{15})(9+\sqrt{15})}.
 \end{aligned}$$

Les deux facteurs du dénominateur sont positifs, donc leur produit est positif. Le signe de $A - B$ est ainsi celui de $3 - \sqrt{15}$.

Comme $3 = \sqrt{9}$ et $\sqrt{9} < \sqrt{15}$, on a $3 - \sqrt{15} < 0$.

Par conséquent, $A < B$.

3. On calcule la différence $A - B$:

$$\begin{aligned}
 A - B &= \frac{3}{9+\pi} - \frac{4}{14+\pi} \\
 &= \frac{3(14+\pi) - 4(9+\pi)}{(9+\pi)(14+\pi)} \\
 &= \frac{42+3\pi-36-4\pi}{(9+\pi)(14+\pi)} \\
 &= \frac{6-\pi}{(9+\pi)(14+\pi)}.
 \end{aligned}$$

Les deux facteurs du dénominateur sont positifs, donc leur produit est positif. Le signe de $A - B$ est ainsi celui de $6 - \pi$.

Comme $3 < \pi < 4$, on a $6 - \pi > 0$.

Par conséquent, $A > B$.

8

- La fonction carré étant strictement croissante sur $]0; +\infty[$, les antécédents et les images sont rangés dans le même ordre.
Ainsi, si a et b sont deux nombres réels positifs tels que $a < b$, alors $a^2 < b^2$.
Or $3,862 < 3,87$, donc $3,862^2 < 3,87^2$.
- La fonction carré étant strictement décroissante sur $] -\infty; 0[$, les antécédents et les images sont rangés dans l'ordre inverse.



Ainsi, si a et b sont deux nombres réels négatifs tels que $a < b$, alors $a^2 > b^2$.

Or $-0,69 < -0,682$, donc $(-0,69)^2 > (-0,682)^2$.

3. La fonction carré étant strictement décroissante sur $] -\infty ; 0[$, les antécédents et les images sont rangés dans l'ordre inverse.

Ainsi, si a et b sont deux nombres réels négatifs tels que $a < b$, alors $a^2 > b^2$.

Or $-0,97 < -0,968$, donc $(-0,97)^2 > (-0,968)^2$.

4. La fonction carré étant strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$, les antécédents et les images sont rangés dans le même ordre.

Ainsi, si a et b sont deux nombres réels positifs tels que $a < b$, alors $a^2 < b^2$.

Or $2,771 < 2,775$, donc $2,771^2 < 2,775^2$.

9

1. La fonction inverse étant strictement décroissante sur $]0 ; +\infty[$, les antécédents et les images sont rangés dans l'ordre inverse.

Ainsi, si a et b sont deux nombres réels strictement positifs tels que $a < b$, alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

Or $9,5 < 9,7$, donc $\frac{1}{9,5} > \frac{1}{9,7}$.

2. La fonction inverse étant strictement décroissante sur $] -\infty ; 0[$, les antécédents et les images sont rangés dans l'ordre inverse.

Ainsi, si a et b sont deux nombres réels strictement négatifs tels que $a < b$, alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

Or $-2,5 < -1,9$, donc $\frac{1}{-2,5} > \frac{1}{-1,9}$.

3. La fonction inverse étant strictement décroissante sur $]0 ; +\infty[$, les antécédents et les images sont rangés dans l'ordre inverse.

Ainsi, si a et b sont deux nombres réels strictement positifs tels que $a < b$, alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

Or $9,4 < 9,8$, donc $\frac{1}{9,4} > \frac{1}{9,8}$.

4. La fonction inverse étant strictement décroissante sur $] -\infty ; 0[$, les antécédents et les images sont rangés dans l'ordre inverse.

Ainsi, si a et b sont deux nombres réels strictement négatifs tels que $a < b$, alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

Or $-2,3 < -1,5$, donc $\frac{1}{-2,3} > \frac{1}{-1,5}$.

Corrections du chapitre 7

Calcul Mental

- Le chiffre des unités du nombre de départ est devenu le chiffre des centièmes.
C'est donc que le nombre a été multiplié par 1 centième.
Donc $120 \times 0,01 = 1,2$
- On a $\frac{3}{4} = 75\%$.

Ainsi, prendre 75 % d'une quantité revient à diviser par 4 puis multiplier par 3.
Donc, on divise 260 par 4 et on multiplie par 3, soit $260 \text{ g} \div 4 \times 3 = 65 \text{ g} \times 3 = 195 \text{ g}$.
- On décompose pour calculer plus simplement :
 $50 - 6,2 = 50 - 6 - 0,2$
 $= 44 - 0,2$
 $= 43,8$
- La moitié de 94 est 47.
Pour calculer facilement, on peut faire ainsi :
 $94 \div 2 = (80 \div 2) + (14 \div 2) = 40 + 7 = 47$
- On peut calculer ainsi :
 $0,23 + 0,7 = 0,23 + 0,70$
 $= 0,93$
- 18 dizaines = $18 \times 10 = 180$.

Exercices d'entraînement

1

- $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$
- On cherche un dénominateur commun (ici 36), puis on additionne les numérateurs :
$$\frac{5}{9} + \frac{1}{4} = \frac{5 \times 4}{9 \times 4} + \frac{1 \times 9}{4 \times 9}$$
$$= \frac{20}{36} + \frac{9}{36}$$
$$= \frac{29}{36}$$
- On écrit l'entier sous la forme d'une fraction de dénominateur 6, soit $4 = \frac{24}{6}$
$$4 - \frac{1}{6} = \frac{24}{6} - \frac{1}{6}$$
$$= \frac{23}{6}$$
- $\frac{2}{9} \times 27 = 6$

Mentalement :
Pour multiplier 27 par $\frac{2}{9}$, on commence par diviser 27 par 9 (car la division "tombe juste") : on obtient $\frac{27}{9} = 3$.
Puis, on multiplie ce résultat par 2, ce qui donne : $2 \times 3 = 6$.
- Dans deux tiers de gâteau, il y a 30 g de sucre, donc dans un tiers de gâteau, il y a $30 \div 2 = 15 \text{ g}$ de sucre.
Donc, dans un gâteau entier, il y a $15 \times 3 = 45 \text{ g}$.
- Le tiers de 45 est $45 \div 3 = 15$.
Ainsi, 45 augmenté de son tiers est égal à : $45 + 15 = 60$.
- $0,5 = \frac{1}{2}$.
Diviser par 0,5 revient à diviser par $\frac{1}{2}$, ce qui revient donc à multiplier par 2.
Ainsi, $\frac{8}{0,5} = 8 \times 2 = 16$.
- Le plus grand multiple de 7 inférieur à 57 est 56.
Ainsi, $\frac{57}{7} = \frac{56}{7} + \frac{1}{7} = 8 + \frac{1}{7}$.
- $2,25 = 2 + 0,25 = \frac{8}{4} + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$
- Il y a une simplification évidente par 16, puis on simplifie par 4 :
$$\frac{16}{36} \times \frac{24}{16} = \frac{24}{36}$$
$$= \frac{4 \times 6}{4 \times 9}$$
$$= \frac{2}{3}$$

**2**

1. D'une part, $9 \times 5 = 45$.
D'autre part, $3 \times 11 = 33$.
On constate que les produits en croix ne sont pas égaux.
Les fractions $\frac{9}{3}$ et $\frac{11}{5}$ ne sont donc pas égales.
2. D'une part, $7 \times 27 = 189$.
D'autre part, $9 \times 21 = 189$.
On constate que les produits en croix sont égaux.
Les fractions $\frac{7}{9}$ et $\frac{21}{27}$ sont donc égales.

3. D'une part, $6 \times 42 = 252$.
D'autre part, $7 \times 36 = 252$.
On constate que les produits en croix sont égaux.
Les fractions $\frac{6}{7}$ et $\frac{36}{42}$ sont donc égales.
4. D'une part, $5 \times 63 = 315$.
D'autre part, $7 \times 45 = 315$.
On constate que les produits en croix sont égaux.
Les fractions $\frac{5}{7}$ et $\frac{45}{63}$ sont donc égales.

3

1. $\frac{12}{42} = \frac{2 \times 6}{2 \times 21} = \frac{2}{7}$ $\frac{12}{42} = \frac{6 \times 2}{6 \times 7} = \frac{2}{7}$
2. $\frac{20}{50} = \frac{2 \times 10}{2 \times 25} = \frac{2}{5}$ $\frac{20}{50} = \frac{4 \times 5}{5 \times 10} = \frac{2}{5}$
3. $\frac{16}{24} = \frac{2 \times 8}{2 \times 12} = \frac{2}{3}$ $\frac{16}{24} = \frac{4 \times 4}{4 \times 6} = \frac{2}{3}$
4. $\frac{5}{25} = \frac{5 \times 1}{5 \times 5} = \frac{1}{5}$ $\frac{5}{25} = \frac{1 \times 5}{5 \times 5} = \frac{1}{5}$

4

1. $\frac{10}{6} = 1 + \frac{4}{6}$
2. $\frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}$
3. $\frac{16}{5} = 3 + \frac{1}{5}$
4. $\frac{24}{7} = 3 + \frac{3}{7}$

5

1. $\frac{3}{2} - 1 = \frac{3}{2} - \frac{2}{2} = \frac{3-2}{2} = \frac{1}{2}$
2. $\frac{5}{7} + \frac{7}{6} = \frac{5 \times 6}{7 \times 6} + \frac{7 \times 7}{6 \times 7} = \frac{30 + 49}{42} = \frac{79}{42}$
3. $\frac{7}{6} + \frac{8}{9} = \frac{7 \times 3}{6 \times 3} + \frac{8 \times 2}{9 \times 2} = \frac{21 + 16}{18} = \frac{37}{18}$
4. $\frac{9}{8} - \frac{3}{6} = \frac{9 \times 3}{8 \times 3} - \frac{3 \times 4}{6 \times 4} = \frac{27 - 12}{24} = \frac{15}{24} = \frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{5}{8}$
(On a réduit le plus possible la fraction.)

6

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{11}{14} \times \frac{4}{99} \\
 &= \frac{11 \times 4}{14 \times 99} \\
 1. \quad &= \frac{11 \times 2 \times 2}{2 \times 7 \times 3 \times 3 \times 11} \\
 &= \frac{\cancel{11} \times 2 \times \cancel{11}}{\cancel{11} \times 3 \times 3 \times 7 \times \cancel{11}} \\
 &= \frac{2}{63}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{4}{55} \times \frac{44}{10} \\
 &= \frac{4 \times 44}{55 \times 10} \\
 2. \quad &= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11}{5 \times 11 \times 2 \times 5} \\
 &= \frac{\cancel{2} \times 2 \times 2 \times 2 \times \cancel{11}}{\cancel{2} \times 5 \times 5 \times \cancel{11}} \\
 &= \frac{8}{25}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{44}{10} \times \frac{10}{88} \\
 &= \frac{44 \times 10}{10 \times 88} \\
 3. \quad &= \frac{44}{88} \\
 &= \frac{\cancel{11} \times \cancel{11} \times \cancel{11}}{\cancel{11} \times \cancel{11} \times 2 \times \cancel{11}} \\
 &= \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{33}{35} \times \frac{7}{77} \\
 &= \frac{33 \times 7}{35 \times 77} \\
 4. \quad &= \frac{3 \times 11 \times 7}{5 \times 7 \times 7 \times 11} \\
 &= \frac{3 \times \cancel{7} \times \cancel{11}}{5 \times \cancel{7} \times 7 \times \cancel{11}} \\
 &= \frac{3}{35}
 \end{aligned}$$

7

$$1. \quad \frac{1}{9} \div \frac{2}{7} = \frac{1}{9} \times \frac{7}{2} = \frac{1 \times 7}{9 \times 2} = \frac{7}{18}$$

$$2. \quad \frac{4}{7} \div \frac{4}{5} = \frac{4}{7} \times \frac{5}{4} = \frac{4 \times 5}{7 \times 4} = \frac{20}{28} = \frac{5 \times \cancel{4}}{7 \times \cancel{4}} = \frac{5}{7}$$

$$3. \quad \frac{2}{3} \div \frac{9}{10} = \frac{2}{3} \times \frac{10}{9} = \frac{2 \times 10}{3 \times 9} = \frac{20}{27}$$

$$4. \quad \frac{1}{7} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{7} \times 6 = \frac{1 \times 6}{7 \times 1} = \frac{6}{7}$$

8

$$\begin{aligned}
 1. \quad A &= \frac{3}{2} \times \frac{4}{7} - \frac{3}{2} \\
 A &= \frac{12}{14} - \frac{3}{2} \\
 A &= \frac{12}{14} - \frac{21}{14} \\
 A &= \frac{-9}{14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad B &= \frac{6}{9} + \frac{7}{9} \times \frac{5}{2} \\
 B &= \frac{6}{9} + \frac{35}{18} \\
 B &= \frac{12}{18} + \frac{35}{18} \\
 B &= \frac{47}{18}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad C &= \frac{6}{4} \times \frac{4}{7} + \frac{5}{4} \\
 C &= \frac{24}{28} + \frac{5}{4} \\
 C &= \frac{24}{28} + \frac{35}{28} \\
 C &= \frac{59}{28}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad D &= \frac{5}{8} - \frac{3}{8} \times \frac{5}{2} \\
 D &= \frac{5}{8} - \frac{15}{16} \\
 D &= \frac{10}{16} - \frac{15}{16} \\
 D &= \frac{-5}{16}
 \end{aligned}$$

9

$$1. \quad \frac{8}{7} - \left(\frac{8}{7} + \frac{9}{28} \right) = \frac{8}{7} - \left(\frac{32}{28} + \frac{9}{28} \right) = \frac{8}{7} - \frac{41}{28} = \frac{32}{28} - \frac{41}{28} = \frac{-9}{28}$$

$$2. \quad \frac{2}{8} - \frac{5}{40} + \frac{5}{8} = \frac{10}{40} - \frac{5}{40} + \frac{25}{40} = \frac{10 - 5 + 25}{40} = \frac{30}{40} = \frac{3 \times 10}{4 \times 10} = \frac{3}{4}$$

$$3. \quad \frac{4}{6} - 3 = \frac{4}{6} - \frac{18}{6} = -\frac{14}{6} = -\frac{7 \times 2}{3 \times 2} = -\frac{7}{3}$$

$$4. \quad \frac{2}{9} - 3 \times \frac{2}{36} = \frac{2}{9} - \frac{6}{36} = \frac{8}{36} - \frac{6}{36} = \frac{8 - 6}{36} = \frac{2}{36} = \frac{1 \times 2}{18 \times 2} = \frac{1}{18}$$

10

$$\begin{aligned} 1. \quad n + \frac{8}{n} &= \frac{n \times n}{n} + \frac{8}{n} \\ &= \frac{n^2 + 8}{n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad \frac{1}{a} - \frac{7}{b} &= \frac{1 \times b}{a \times b} - \frac{7 \times a}{b \times a} \\ &= \frac{b - 7a}{ab} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad \frac{x}{8} + \frac{1}{x} &= \frac{x \times x}{8 \times x} + \frac{1 \times 8}{x \times 8} \\ &= \frac{x^2 + 8}{8x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad \frac{4}{x} + \frac{8}{y} &= \frac{4 \times y}{x \times y} + \frac{8 \times x}{y \times x} \\ &= \frac{4y + 8x}{xy} \end{aligned}$$

11

$$\begin{aligned} 1. \quad \frac{n}{9} \div \frac{7}{z} &= \frac{n}{9} \times \frac{z}{7} \\ &= \frac{nz}{63} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad \frac{4a}{b} \times \frac{2b}{3} &= \frac{4a \times 2\cancel{b}}{3\cancel{b}} \\ &= \frac{8a}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad x \div \frac{y}{7} &= x \times \frac{7}{y} \\ &= \frac{7x}{y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad \frac{a}{4} \times \frac{b}{9} &= \frac{a \times b}{4 \times 9} \\ &= \frac{ab}{36} \end{aligned}$$

QCM

$$\begin{aligned} A &= \frac{5}{1 - \frac{2}{7}} \\ &= \frac{5}{\frac{7}{7} - \frac{2}{7}} \\ 1. \quad &= \frac{5}{\frac{5}{7}} \\ &= 5 \times \frac{7}{5} \\ &= 7 \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **D**.

2. Comme $h(x) = 2x - 8$, on a :

$$\begin{aligned} h\left(\frac{3}{4}\right) &= 2 \times \frac{3}{4} - 8 \\ &= \frac{3}{2} - 8 \\ &= -\frac{13}{2} \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **A**.

$$3. \quad \frac{1}{x} = 4 - \frac{5}{6} = \frac{4 \times 6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{24}{6} - \frac{5}{6} = \frac{19}{6}$$

L'inverse de x vaut $\frac{19}{6}$, donc $x = \frac{6}{19}$.

La bonne réponse est la réponse **B**.

4. • La seule égalité correcte est : $\frac{2}{5} \div \frac{7}{6} = \frac{12}{35}$.

$$\frac{2}{5} \div \frac{7}{6} = \frac{2}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{2 \times 6}{5 \times 7} = \frac{12}{35} = \frac{12}{35}$$

• L'égalité $\frac{7}{\frac{6}{2}} = \frac{14}{6}$ est fausse.

$$\frac{7}{\frac{6}{2}} = \frac{7}{6 \times 2} = \frac{7}{12}$$

• L'égalité $2 \times \frac{7}{6} = \frac{14}{12}$ est fausse.

$$2 \times \frac{7}{6} = \frac{2 \times 7}{6} = \frac{14}{6}$$

• L'égalité $\frac{2+2}{5+2} = \frac{2}{5}$ est fausse.

On ne peut pas simplifier une fraction quand celle-ci comporte une somme au numérateur ou au dénominateur.

5. On a :

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{1\,000} + \frac{3}{100} \\ &= 0,003 + 0,03 \\ &= 0,033 \\ &= \frac{33}{1\,000} \end{aligned}$$

6. Le tiers d'un demi est égal à $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ soit $\frac{1}{6}$.

7. On met l'expression au même dénominateur :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} - \frac{7x+2}{x} &= \frac{x - 4 \times (7x+2)}{4x} \\ &= \frac{x - 28x - 8}{4x} \\ &= \frac{-27x - 8}{4x} \\ &= -\frac{27x+8}{4x} \end{aligned}$$

8. On multiplie par 10 le numérateur et le dénominateur pour avoir des nombres entiers.

$$\frac{1,6}{0,8} = \frac{1,6 \times 10}{0,8 \times 10} = \frac{16}{8} = 2$$

La bonne réponse est la réponse C.

9. On remplace x par $-\frac{4}{3}$ dans l'expression de f :

$$\begin{aligned} f\left(-\frac{4}{3}\right) &= 2 \times \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - 3 \times \left(-\frac{4}{3}\right) + 2 \\ &= 2 \times \frac{16}{9} + \frac{12}{3} + 2 \\ &= \frac{32}{9} + \frac{12}{3} + 2 \\ &= \frac{32 + 36 + 18}{9} \\ &= \frac{86}{9} \end{aligned}$$

L'image de $-\frac{4}{3}$ par la fonction f est : $\frac{86}{9}$.

10. Le produit de a par la somme de 8 et de 3 s'écrit : $a(8+3)$, qui se développe en $8a+3a$.

$$11. 6x - \frac{x}{8} = \frac{6x \times 8}{8} - \frac{x}{8} = \frac{48x}{8} - \frac{x}{8} = \frac{48x - x}{8} = \frac{47x}{8} = \frac{47}{8}x$$

La bonne réponse est la réponse C.

Corrections du chapitre 8

Calcul Mental

1. $4 \times 5 = 20$
2. $43 + 19 = 43 + (20 - 1) = (43 + 20) - 1 = 63 - 1 = 62$
3. Le nombre cherché est donné par : $6 + 2 + 2$ soit **10**.
4. $5 \times 4 = 20$
5. On commence par calculer $50 \times 2 = 100$, puis on effectue $100 \times 3,5 = 350$.
6. Pour diviser par 5, on peut diviser par 10 puis multiplier le résultat par 2 :
 $160 \div 5 = (160 \div 10) \times 2$
 $= 16 \times 2$
 $= 32$

Exercices d'entraînement

1

1. On utilise la formule $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ avec $a = 4$, $b = 0,5$ et $n = 4$.
 $4^4 \times 0,5^4 = (4 \times 0,5)^4 = 2^4 = 16$
2. On utilise la formule $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ avec $a = -8$, $b = -4$ et $n = 3$.
 $(-8)^3 \times (-4)^3 = ((-8) \times (-4))^3 = 32^3$
3. On utilise la formule $(a^n)^p = a^{n \times p}$ avec $a = 2$, $n = -8$ et $p = 8$.
 $(2^{-8})^8 = 2^{-8 \times 8} = 2^{-64}$
4. Le double de 2^{44} se calcule par :
 $2 \times 2^{44} = 2^{44+1} = 2^{45}$
5. Comme $10000 < 91\,936 < 100000$, alors :
 $10^4 < 91\,936 < 10^5$. On en déduit que $a = 4$.
6. $10^4 + 10^0 = 10\,000 + 1 = 10\,001$
7. Le résultat obtenu est 100 fois plus grand. Comme $100 = 10^2$, alors l'égalité est : $4,6 \times 10^2 = 460$.
8. $10^5 + 10^0 + 10^4 = 100\,000 + 1 + 10\,000 = 110\,001$
9. $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
10. $(3^5 \times 3^{-1})^5 = (3^{5-1})^5 = (3^4)^5 = 3^{4 \times 5} = 3^{20}$

2

1. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$
2. $8^{-2} = \frac{1}{8^2} = \frac{1}{8 \times 8} = \frac{1}{64}$
3. $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
4. $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$
5. $5^2 = 5 \times 5 = 25$
6. $3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{81}$
7. $4^2 = 4 \times 4 = 16$
8. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8}$

3

1. $-9^2 = -(9 \times 9) = -81$
2. $2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{32}$
3. $-2^5 = -(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) = -32$
4. $-40^0 = -1$
5. $21^1 = 21$
6. $(-2)^{-6} = \frac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)} = \frac{1}{64}$
7. $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$
8. $2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$

4

1. $8 \times 10^{-4} = 0,8 \times 10^1 \times 10^{-4} = 0,8 \times 10^{1+(-4)} = 0,8 \times 10^{-3}$
2. $4,3 \times 10^{-1} = 0,043 \times 10^2 \times 10^{-1} = 0,043 \times 10^{2+(-1)} = 0,043 \times 10^1$
3. $3,6 \times 10^5 = 360 \times 10^{-2} \times 10^5 = 360 \times 10^{-2+5} = 360 \times 10^3$
4. $6,5 \times 10^{-3} = 0,65 \times 10^1 \times 10^{-3} = 0,65 \times 10^{1+(-3)} = 0,65 \times 10^{-2}$

5

$$\begin{aligned} 1. \quad A &= 5^2 - 4 + 2 \times 5 \\ A &= 25 - 4 + 2 \times 5 \\ A &= 25 - 4 + 10 \\ A &= 31 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad B &= (-2)^3 \times (3 + 6 + 7) \\ B &= -8 \times (3 + 6 + 7) \\ B &= -8 \times 16 \\ B &= -128 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad C &= 2^3 \times (3 + 7) \\ C &= 8 \times (3 + 7) \\ C &= 8 \times 10 \\ C &= 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad D &= -4 + 3^2 \times 2 \\ D &= -4 + 9 \times 2 \\ D &= -4 + 18 \\ D &= 14 \end{aligned}$$

6

$$1. \quad A = \frac{1}{8^{4-3}} = \frac{1}{8^1} = 8^{-1}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad B &= \frac{6^2}{2^2} \\ B &= \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 3^2 \end{aligned}$$

$$3. \quad \text{Il y a donc } 3 \times 4 \text{ facteurs tous égaux à } (-4). \\ C = (-4)^{4 \times 3} = (-4)^{12} = 4^{12}$$

Remarque : Dans ce cas, comme les puissances d'exposant pair de deux nombres opposés sont égales, on peut écrire 4^{12} à la place de $(-4)^{12}$.

$$4. \quad D = (-8)^{3+2} = (-8)^5$$

Remarque : Dans ce cas, comme les puissances d'exposant impair de deux nombres négatifs sont opposées, on pourrait écrire -8^5 à la place de $(-8)^5$.

7

$$1. \quad \frac{2^3 \times 8}{2^6} = \frac{2^3 \times 2^3}{2^6} = \frac{2^{3+3}}{2^6} = \frac{2^6}{2^6} = 2^{6-6} = 2^0$$

$$\begin{aligned} 2. \quad \frac{3^3 \times 3^4}{9^3} \times 3 &= \frac{3^{3+4}}{(3^2)^3} \times 3 = \frac{3^7}{3^{2 \times 3}} \times 3 = \frac{3^7}{3^6} \times 3 = \\ \frac{3^7 \times 3}{3^6} &= \frac{3^{7+1}}{3^6} = \frac{3^8}{3^6} = 3^{8-6} = 3^2 \end{aligned}$$

$$3. \quad \frac{4^6}{2} = \frac{(2^2)^6}{2} = \frac{2^{2 \times 6}}{2} = \frac{2^{12}}{2} = 2^{12-1} = 2^{11}$$

$$4. \quad \frac{5 \times 5^5}{25^2} = \frac{5^{1+5}}{(5^2)^2} = \frac{5^{1+5}}{5^{2 \times 2}} = \frac{5^6}{5^4} = 5^{6-4} = 5^2$$

8

$$1. \quad \frac{a \times a^3}{(a^2)^2} = \frac{a^{1+3}}{(a^2)^2} = \frac{a^{1+3}}{a^{2 \times 2}} = \frac{a^4}{a^4} = a^{4-4} = a^0 = 1$$

$$2. \quad \frac{a^{-3} \times a^{-6}}{(a^2)^3} \times a = \frac{a^{-3+(-6)}}{(a^2)^3} \times a = \frac{a^{-9}}{a^{2 \times 3}} \times a = \frac{a^{-9}}{a^6} \times a = \frac{a^{-9} \times a}{a^6} = \frac{a^{-9+1}}{a^6} = \frac{a^{-8}}{a^6} = a^{-8-6} = a^{-14}$$

$$3. \quad \frac{a^{-2} \times a^2}{a^4 \times a^{-5}} = \frac{a^{-2} \times a^2}{a^{4+(-5)}} = \frac{a^{-2+2}}{a^{-1}} = \frac{a^0}{a^{-1}} = a^{0-(-1)} = a^1 = a$$

$$4. \quad \frac{a^3 \times a}{(a^2)^{-1}} = \frac{a^3 \times a}{(a^2)^{-1}} = \frac{a^{3+1}}{a^{2 \times (-1)}} = \frac{a^4}{a^{-2}} = a^{4-(-2)} = a^6$$

QCM

1. On utilise la formule $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ avec $a = -2$, $b = 5$ et $n = -4$.
 $(-2)^{-4} \times 5^{-4} = ((-2) \times 5)^{-4} = (-10)^{-4}$
 La bonne réponse est la réponse **D**.

2. On applique la propriété des puissances de puissances d'un réel :
 Soit $n \in \mathbb{N}$, et $p \in \mathbb{N}$, on a : $(a^n)^p = a^{np}$
 $(4^n)^2 = 4^{2n}$
 $= (4^2)^n$
 $= 16^n$

3. $N = \frac{15^5}{5^3}$
 $= \frac{5^5 \times 3^5}{5^3}$
 $= 3^5 \times 5^2$
 $= 15^2 \times 3^3$
 $= 27 \times 15^2$

4. La seule égalité vraie est : $(20^{-7})^4 = 20^{-28}$.
 En effet,
 $(20^{-7})^4 = 20^{-7 \times 4}$
 $= 20^{-28}$

Concernant les autres propositions :

$$\frac{5^{-8}}{5^{14}} = 5^{-22} \neq 5^6$$

$$20 \times \frac{1}{20^5} = 20^{-4} \neq 20^4$$

$$5^{-4} \times 7^{-4} = 35^{-4} \neq 35^{-8}$$

5. L'épaisseur d'une feuille est 70×10^{-3} mm.
 Pour 5 000 feuilles, il faut multiplier par 5 000.
 L'épaisseur de la pile en **mm** est donc :
 $70 \times 5\,000 \times 10^{-3} = 350\,000 \times 10^{-3}$
 $= 3,5 \times 10^2$
 $= 350$

L'épaisseur de la pile est donc de **35 cm**.

6. $\left(\frac{1}{6}\right)^{-1} = 6^1 = 6$
 La bonne réponse est la réponse **B**.

7. On a $4 = 2^2$ donc :
 Le double de $4^{30} = 2 \times 4^{30}$
 $= 2 \times (2^2)^{30}$
 $= 2 \times 2^{60}$
 $= 2^{61}$

8. $a^8 \times b^7 = a^8 \times b^8 \times b^{-1}$
 $= (ab)^8 \times b^{-1}$

La bonne réponse est la réponse **C**.

9. On applique la propriété du quotient des puissances d'un réel :
 Soit n et p deux entiers et a un réel : $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

$$\begin{aligned}\frac{a^{n^5}}{a^n} &= a^{n^5-n} \\ &= a^{n(n^4-1)}\end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **B**.

- 10.** On applique la propriété du produit des puissances d'un réel :

Soient n et p deux entiers et a un réel : $a^n \times a^p = a^{n+p}$

et la propriété des puissances de puissances :

Pour tous entiers n et p et a réel, on a : $(a^n)^p = a^{np}$

$$\begin{aligned}a^{2n}(a^n)^4 &= a^{2n} \times a^{4n} \\ &= a^{6n}\end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **D**.

- 11.** $4^n + 4^n = 2 \times 4^n$

La bonne réponse est la réponse **B**.

$$(-1)^{n+10} = (-1)^{10} \times (-1)^n$$

$$\begin{aligned}\text{12. a)} \quad &= 1 \times (-1)^n \\ &= (-1)^n\end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **A**.

$$(-1)^{n+7} = (-1)^6 \times (-1)^{n+1}$$

$$\begin{aligned}\text{b)} \quad &= 1 \times (-1)^{n+1} \\ &= (-1)^{n+1}\end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **B**.

$$(-1)^{n+6} = (-1)^6 \times (-1)^n$$

$$\begin{aligned}\text{c)} \quad &= 1 \times (-1)^n \\ &= (-1)^n\end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **D**.

$$(-1)^{n+3} = (-1)^2 \times (-1)^{n+1}$$

$$\begin{aligned}\text{d)} \quad &= 1 \times (-1)^{n+1} \\ &= (-1)^{n+1}\end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **B**.

- 13.** Soit $n \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned}(-1)^{n+5} &= (-1)^5 \times (-1)^n \\ &= -(-1)^n\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{or, } \frac{1}{(-1)^n} &= \frac{1^n}{(-1)^n} \\ &= \left(\frac{1}{-1}\right)^n \\ &= (-1)^n.\end{aligned}$$

En conséquence, pour tout entier n , on a $\frac{1}{(-1)^{n+5}} = -(-1)^n$.

La bonne réponse est la réponse **C**.

14. On peut simplifier l'expression :

$$\begin{aligned}\frac{20x^2}{\frac{5}{x^5}} &= 20x^2 \times \frac{x^5}{5} \\ &= \frac{20x^7}{5} \\ &= 4x^7.\end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **D**.

15. $16^n + 16^n = 2 \times 16^n = 2 \times (2^4)^n = 2 \times 2^{4n} = 2^{4n+1}$.

On cherche n tel que $2^{4n+1} = 2^{17}$, soit $4n + 1 = 17$, d'où $n = \frac{17-1}{4} = 4$.

La bonne réponse est la réponse **A**.

Corrections du chapitre 9

Calcul Mental

1. $0,2 \times 8 = 1,6$

2. $\frac{10 \times 10}{100} \times 0,95 = 95$

3. $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{5}{10} + \frac{2}{10}$
 $= \frac{7}{10}$

4. $\frac{1}{4} + 0,35 = 0,25 + 0,35 = 0,6$

5. $20\% \text{ de } 60 = 0,2 \times 60 = 12$

6. $5 \times \left(3 - \frac{2}{5}\right) = 5 \times \left(3 - \frac{2}{5}\right)$
 $= 5 \times \left(\frac{15}{5} - \frac{2}{5}\right)$
 $= 5 \times \frac{13}{5}$
 $= 13$

Exercices d'entraînement

1

1. $\frac{6}{5} = 1,2$

Mentalement :

$\frac{6}{5} = \frac{5}{5} + \frac{1}{5} = 1 + 0,2 = 1,2.$

2. $12 + \frac{16}{1000} = 12,016$

3. $0,12 = \frac{12}{100} = \frac{3 \times 4}{25 \times 4} = \frac{3}{25}$

4. $0,000\,805 = 8,05 \times 10^{-4}$

5. $7 + \frac{27}{100} + \frac{20}{100} = 7 + \frac{47}{100} = \frac{700}{100} + \frac{47}{100} = \frac{747}{100}$

2

N°	Fraction décimale	Décomposition canonique	Écriture décimale
1	$\frac{653}{100}$	$6 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100}$	6,53
2	$\frac{929}{100}$	$9 + \frac{2}{10} + \frac{9}{100}$	9,29

3

1. $20,8 = 2,08 \times 10^1$

2. $0,000\,605 = 6,05 \times 10^{-4}$

3. $2\,030\,000 = 2,03 \times 10^6$

QCM

1. On a :

$$A = \frac{15}{10} + \frac{15}{100}$$

$$= 1,5 + 0,15$$

$$= 1,65$$

La bonne réponse est la réponse **D**.

2. On a :



$$\begin{aligned} A &= \frac{9}{1\,000} + \frac{9}{10} \\ &= 0,009 + 0,9 \\ &= 0,909 \\ &= \frac{909}{1\,000} \end{aligned}$$

3. La moitié de 8 est $\frac{8}{2} = 4$.
L'inverse de 4 est $\frac{1}{4}$.

L'inverse de la moitié de 8 est donc égal à $\frac{1}{4}$.

4. Multiplier par 10^{-4} revient à multiplier par 0,000 1, donc l'écriture décimale de $5,877 \times 10^{-4}$ est :
0,000 588.
La bonne réponse est la réponse **D**.

Corrections du chapitre 10

Calcul Mental

1. $3\,432 + 300 = 3\,732$
2. Le prix total est donné par : $4 \times 2,50 = 10$ €.
3. $50 - 29 = 21$
4. $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$ (en multipliant par 10 le numérateur et le dénominateur).
5. $30 \times 5 = \dots \times 10$
 $= \frac{\dots \times 2}{30} \times 5$
 $= 15 \times 2 \times 5$
6. $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$ donc il y a 3 fois $\frac{1}{9}$ dans $\frac{1}{3}$.

Exercices d'entraînement

1

1. $675 \times 9 = 6\,075$
Mentalement :
 On remplace le premier facteur 675 par 700, on calcule $700 \times 9 = 6\,300$ et on sélectionne le résultat qui s'en rapproche le plus.
2. ☐ 30 m ☐ 30 km ☒ 30 cm
 Un ordre de grandeur de 17 559 est 20 000 et un ordre de grandeur de 59 630 est 60 000, ainsi, un ordre de grandeur de la somme $17\,559 + 59\,630$ est la somme $20\,000 + 60\,000$ soit 80 000.
3. ☒ 441 ☐ 44 ☐ 4 410
 Le résultat est dans le même ordre de grandeur que $10 \times 50 = 500$. Il s'agit du nombre 441.
5. Un ordre de grandeur de 5 971 est 6 000 et un ordre de grandeur de 1 707 est 2 000, ainsi, un ordre de grandeur de la somme $5\,971 + 1\,707$ est la somme $6\,000 + 2\,000$ soit 8 000.

2

1. Élodie a obtenu un résultat de l'ordre de 10^2 dm^3 , ce qui est beaucoup trop. Le volume d'une bouteille d'eau serait plutôt de l'ordre de grandeur de 10^0 dm^3 .
2. Gabrielle a obtenu un résultat de l'ordre de 10^{-6} m , ce qui correspond bien à l'ordre de grandeur qu'on pouvait attendre.
3. Nassim a obtenu un résultat de l'ordre de 10^{-8} m , ce qui est trop peu.
4. Julien a obtenu un résultat de l'ordre de 10^{-3} m^3 , ce qui correspond bien à l'ordre de grandeur qu'on pouvait attendre.

3

1. $798 - 702 \approx 800 - 700 \approx 100$
2. $70,37 \times 49,2 \approx 70 \times 50 \approx 3\,500$
3. $20\,002 : 401 \approx 20\,000 : 400 \approx 50$
4. $80,071 + 39,929 \approx 80 + 40 \approx 120$
5. $29,997 + 19,843 \approx 30 + 20 \approx 50$
6. $17\,990 : 301 \approx 18\,000 : 300 \approx 60$

QCM

1. 41 % est proche de 40 % et 51 793 est proche de 50 000. Ainsi, le calcul de 41 % de 51 793 est proche de 40 % de 50 000 soit 20 000. La bonne réponse est la réponse B.
2. 10^{-13} est très petit devant 10^{31} .

En effet, $10^{-13} = \frac{1}{10^{13}} = \underbrace{0,0 \dots 0 1}_{13 \text{ zéros}}$ et $10^{31} = 1 \underbrace{0 \dots 0}_{31 \text{ zéros}}$.

On en déduit que $10^{31} + 10^{-13}$ est environ égal à 10^{31} .

La bonne réponse est la réponse **B**.

3. On arrondit 287 à 300 et 2 932 à 3 000.

On obtient : $300 \times 3\,000 = 900\,000$.

Un ordre de grandeur de $287 \times 2\,932$ est donc **900 000**.

La bonne réponse est la réponse **C**.

4. Pour déterminer un ordre de grandeur, on cherche à comparer la remise avec des pourcentages simples du prix initial.

Les pourcentages de référence les plus utiles sont 1 % et 10 % car ils sont faciles à calculer mentalement.

La remise (50 €) est très petite par rapport au prix.

On prend 1 % de 24 650 €. Cela revient à diviser par 100.

On obtient 246,5 €.

On remarque que la remise est environ 10 fois plus petite que 1 % du prix.

Le pourcentage le plus proche parmi les propositions est **0,1 %**.

La bonne réponse est la réponse **B**.

5. Un stylo mesure environ 15 cm, soit **0,15 m**.

La bonne réponse est la réponse **A**.

Corrections du chapitre 11

Calcul Mental

1. On peut calculer le prix d'un kg de pêches en divisant le prix total par le nombre de kg :
 $6 \div 4 = 1,5$ € par kg.
 Ainsi, 10 kg de pêches coûtent $10 \times 1,5 = 15$ €.
2. La moitié de 76 dixièmes est 38.
 Ainsi, la moitié de 76 dixièmes est 3,8 unités.
3. $4 \times 25 = 100$
4. $16 \times 15 = 240$
5. 3 min et 20 s = $(3 \times 60) \text{ s} + 20 \text{ s} = 200 \text{ s}$
6. $400 \text{ g} = 0,4 \text{ kg}$.
 Donc $4,2 + 0,4 = 4,6 \text{ kg}$

Exercices d'entraînement

1

1. $6 \text{ m} = 0,06 \text{ hm}$
2. $8 \text{ dam} = 80 \text{ m}$
 Ainsi, $8 \text{ dam} + 15 \text{ m} = 80 \text{ m} + 15 \text{ m} = 95 \text{ m}$.
3. $4,75 \text{ h} = 4 \text{ h} + 0,75 \times 60 = 4 \text{ h } 45 \text{ min}$
4. La voiture parcourt 24 km.
 Mentalement :
 On cherche combien de "12 minutes" il y a dans 1 heure soit 60 minutes. Il y en a 5, car $5 \times 12 = 60$.
 Cela signifie qu'en 12 minutes, elle parcourt 5 fois moins de km qu'en 1 heure, soit $\frac{120}{5} = 24 \text{ km}$.
5. $696 \text{ L} = 0,696 \text{ m}^3$
 Mentalement :
 Comme $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$, alors $1 \text{ L} = 0,001 \text{ m}^3$.
 Donc, pour passer des L au m^3 , on divise par 1 000.
 Comme $696 \div 1\,000 = 0,696$, alors $696 \text{ L} = 0,696 \text{ m}^3$.
6. $24 \text{ min} = \frac{24}{60} \text{ h} = \frac{2}{5} \text{ h} = 0,4 \text{ h}$.
 Ainsi, $1 \text{ h } 24 \text{ min} = 1,4 \text{ h}$.
7. $510 \text{ mL} + 490 \text{ mL} = 1 \text{ L}$
 Mentalement :
 Comme $1 \text{ L} = 1\,000 \text{ mL}$, le nombre cherché est donné par la différence : $1\,000 - 490 = 510$.
8. $1 \text{ hg} = 100 \text{ g}$
9. $55 \text{ min} = \frac{55}{60} \text{ h} = \frac{11}{12} \text{ h}$
10. Il faut 20 s pour remplir le seau de 2 L.
 Mentalement :
 On commence par déterminer le temps en secondes (puisque dans la question, il est demandé un temps en secondes) qu'il faut pour remplir 1 L.
 Comme le débit est de 6 L pour une minute soit 60 secondes, on divise 60 par 6 pour obtenir ce temps : $\frac{60}{6} = 10 \text{ s}$.
 Puisqu'il faut 10 s pour remplir un litre, il en faut 2 fois plus pour remplir un seau de 2 L, soit $10 \times 2 = 20 \text{ s}$.

2

- a. Un radiateur d'une puissance de 2 300 Watts qui fonctionne pendant 16 heures et 30 minutes consomme :
 $16 \text{ h } 30 = 16 \text{ h} + \frac{1}{2} \text{ h} = 16,5 \text{ h}$
 $2300 \text{ W} \times 16,5 \text{ h} = 2,3 \text{ kW} \times 16,5 \text{ h} = 37,95 \text{ kWh}$
- b. Le prix de cette énergie consommée est : $0,18 \text{ €/kWh} \times 37,95 \text{ kWh} \approx 6,83 \text{ €}$.

3

1. Un millimètre est un millième de mètre donc :
 $17,3 \text{ mm} = 17,3 \div 1\,000 \text{ m} = 0,0173 \text{ m}$.
2. $0,04 \text{ Go} = 0,04 \times 1\,000 \text{ Mo} = 40 \text{ Mo}$
3. Un millilitre est un millième de litre donc :
 $0,01 \text{ mL} = 0,01 \div 1\,000 \text{ L} = 0,00001 \text{ L}$.
4. Un kilomètre est un millier de mètres donc :
 $0,1 \text{ km} = 0,1 \times 1\,000 \text{ m} = 100 \text{ m}$.
5. $90 \text{ ko} = 90 \times 1\,000 \text{ octets} = 90\,000 \text{ octets}$
6. Un centilitre est un centième de litre donc :
 $14,8 \text{ cL} = 14,8 \div 100 \text{ L} = 0,148 \text{ L}$.
7. Un décigramme est un dixième de gramme donc :
 $9,5 \text{ dg} = 9,5 \div 10 \text{ g} = 0,95 \text{ g}$.
8. Un hectomètre est une centaine de mètres donc :
 $0,04 \text{ hm} = 0,04 \times 100 \text{ m} = 4 \text{ m}$.
9. Un décigramme est un dixième de gramme donc :
 $12,1 \text{ dg} = 12,1 \div 10 \text{ g} = 1,21 \text{ g}$.
10. Un milligramme est un millième de gramme donc :
 $0,08 \text{ mg} = 0,08 \div 1\,000 \text{ g} = 0,00008 \text{ g}$.
11. $359 \text{ octets} = 359 \div 1\,000 \text{ ko} = 0,359 \text{ ko}$
12. Un kilomètre est un millier de mètres donc :
 $0,09 \text{ km} = 0,09 \times 1\,000 \text{ m} = 90 \text{ m}$.

4

1. $0,5 \text{ dam}^2 = 0,5 \times 100 \text{ m}^2 = 50 \text{ m}^2$

km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
		0,	5			
			5	0		

2. $0,02 \text{ ha} = 0,02 \times 100 \times 100 \text{ m}^2 = 200 \text{ m}^2$

km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
		ha	a	ca		
		0,	0	2		
			2	0	0	

3. $80,15 \text{ dam}^2 = 80,15 \times 100 \text{ m}^2 = 8\,015 \text{ m}^2$

km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
		8	0,	1	5	
		8	0	1	5	

4. $20,71 \text{ dam}^2 = 20,71 \times 10\,000 \text{ dm}^2 = 207\,100 \text{ dm}^2$

km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
		2	0,	7	1	
		2	0	7	1	0
				0	0	

5. $0,04 \text{ km}^2 = 0,04 \times 100 \times 100 \times 100 \text{ m}^2 = 40\,000 \text{ m}^2$

km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
	0,	0	4			
		4	0	0	0	0

6. $0,08 \text{ dam}^2 = 0,08 \times 100 \text{ m}^2 = 8 \text{ m}^2$

km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
		0,	0	8		
			8			

5

- 1.
- $0,2 \text{ cm}^3 = 0,2 \times 1\,000 \text{ mm}^3 = 200 \text{ mm}^3$

km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
					0,	2
						2 0 0

- 2.
- $0,6 \text{ dm}^3 = 0,6 \div 1000 \text{ m}^3 = 0,000\,6 \text{ m}^3$

km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
			0,	0 0 0	6	
					6	

- 3.
- $0,05 \text{ dm}^3 = 0,05 \div 1000 \text{ m}^3 = 0,000\,05 \text{ m}^3$

km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
			0,	0 5 0	0 5	
					0 5	

- 4.
- $5,81 \text{ dam}^3 = 5,81 \times 1\,000 \text{ m}^3 = 5\,810 \text{ m}^3$

km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
		5,	8 1			
			5 8 1 0			

- 5.
- $7,68 \text{ dam}^3 = 7,68 \times 1\,000 \text{ m}^3 = 7\,680 \text{ m}^3$

km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
		7,	6 8			
			7 6 8 0			

- 6.
- $0,3 \text{ m}^3 = 0,3 \div 1\,000 \text{ dam}^3 = 0,000\,3 \text{ dam}^3$

km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
			0,	3		
		0,	0 0 0	3		

6

1. Pour convertir des minutes au format heures-minutes-secondes, on divise par 60 pour obtenir le nombre d'heures, puis on traite le reste.

 Le nombre d'heures entières correspond à la partie entière du quotient $150 \text{ min} \div 60$, soit 2 h.

 Il reste à trouver les minutes : $150 - (2 \times 60) = 30 \text{ min}$.

 Ainsi, $150 \text{ min} = 2 \text{ h } 30 \text{ min}$.

2. Pour convertir des heures au format heures-minutes, on sépare la partie entière (heures) et on convertit la partie décimale.

 $1,5 \text{ h} = 1 \text{ h} + 0,5 \text{ h}$

Conversion de la partie décimale en minutes :

 $0,5 \text{ h} = 0,5 \times 60 \text{ min} = 30 \text{ min}$.

 Ainsi, $1,5 \text{ h} = 1 \text{ h } 30 \text{ min}$.

3. Pour convertir des minutes au format heures-minutes-secondes, on divise par 60 pour obtenir le nombre d'heures, puis on traite le reste.

 Le nombre d'heures entières correspond à la partie entière du quotient $135 \text{ min} \div 60$, soit 2 h.

 Il reste à trouver les minutes : $135 - (2 \times 60) = 15 \text{ min}$.

 Ainsi, $135 \text{ min} = 2 \text{ h } 15 \text{ min}$.

4. Pour convertir des heures au format heures-minutes, on sépare la partie entière (heures) et on convertit la partie décimale.

$$1,25 \text{ h} = 1 \text{ h} + 0,25 \text{ h}$$

Conversion de la partie décimale en minutes :

$$0,25 \text{ h} = 0,25 \times 60 \text{ min} = 15 \text{ min.}$$

Ainsi, $1,25 \text{ h} = 1 \text{ h } 15 \text{ min.}$

5. Pour convertir des heures au format heures-minutes, on sépare la partie entière (heures) et on convertit la partie décimale.

$$2,25 \text{ h} = 2 \text{ h} + 0,25 \text{ h}$$

Conversion de la partie décimale en minutes :

$$0,25 \text{ h} = 0,25 \times 60 \text{ min} = 15 \text{ min.}$$

Ainsi, $2,25 \text{ h} = 2 \text{ h } 15 \text{ min.}$

6. Pour convertir des minutes au format heures-minutes-secondes, on divise par 60 pour obtenir le nombre d'heures, puis on traite le reste.

Le nombre d'heures entières correspond à la partie entière du quotient $105 \text{ min} \div 60$, soit 1 h.

Il reste à trouver les minutes : $105 - (1 \times 60) = 45 \text{ min.}$

Ainsi, $105 \text{ min} = 1 \text{ h } 45 \text{ min.}$

7

1. $d = v \times t = 125 \text{ km/h} \times \left(1 + \frac{54}{60}\right) \text{ h} = 237,5 \text{ km}$

Elle a donc parcouru **237,5 km.**

2. $t = \frac{d}{v} = \frac{112,5 \text{ km}}{75 \text{ km/h}} = \frac{3}{2} \text{ h} = \frac{3}{2} \times 60 \text{ min} = 90 \text{ min}$

Nassim mettra **1 h 30 min** pour aller dans la maison de ses parents.

3. $v = \frac{d}{t} = \frac{76,5 \text{ km}}{\frac{54}{60} \text{ h}}$

Sa vitesse moyenne est de **85 km/h.**

4. $d = v \times t = 125 \text{ km/h} \times \left(1 + \frac{24}{60}\right) \text{ h} = 175 \text{ km}$

Elle a donc parcouru **175 km.**

QCM

1. $78 \text{ min} = 60 \text{ min} + 18 \text{ min} = 1 \text{ h} + \frac{3}{10} \text{ h} = 1,3 \text{ h.}$

Ainsi, 78 min correspond à **1,3 heure.**

La bonne réponse est la réponse **C.**

2. $2,2 \text{ h} = 2 \text{ h} + 0,2 \text{ h}$, soit $2 \text{ h} + \frac{1}{5} \text{ h} = 120 \text{ min} + 12 \text{ min} = 132 \text{ min.}$

Ainsi, 2,2 heures correspond à **132 minutes.**

La bonne réponse est la réponse **B.**

3. Dans une 1 heure, il y a 12×5 minutes.

Ainsi, en 1 heure, elle parcourt 5 fois plus de distance, soit 10 km.

Sa vitesse moyenne est donc **10 km/h.**

4. Pour convertir des Joules en kWh, on utilise la relation donnée :

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$$

L'énergie en Joules est : $E = 16,2 \times 10^6 \text{ J}$

Pour trouver l'énergie en kWh, on divise par $3,6 \times 10^6$:

$$E_{\text{kWh}} = \frac{16,2 \times 10^6}{3,6 \times 10^6} = \frac{16,2}{3,6} = 4,5 \text{ kWh}$$

Sans calculatrice, on peut estimer la valeur en approchant 16,2 par 16 et 3,6 par 4.

On obtient alors : $\frac{16}{4} = 4$, ce qui nous indique que le résultat est proche de 4.

La seule réponse possible est **4,5 kWh**.

5. $500 \text{ m} = 5 \text{ hm}$

L'aire du carré est : $5 \text{ hm} \times 5 \text{ hm} = \mathbf{25 \text{ hm}^2}$.

6. Une baguette de pain pèse environ **250 g**.

Corrections du chapitre 12

Calcul Mental

1. 4 min et 50 s = $(4 \times 60) \text{ s} + 50 \text{ s} = 290 \text{ s}$
2. Deux briochettes coûtent $2 \times 1,70 \text{ €} = 3,40 \text{ €}$.
On doit me rendre $20 \text{ €} - 3,40 \text{ €} = 16,60 \text{ €}$.
3. $5 \times 5,4 = 5 \times (5 + 0,4) = (5 \times 5) + (5 \times 0,4) = 25 + 2 = 27$
4. 1 centième = 0,01, d'où $80,999 + 0,01 = 81,009$.
5. Il faut partager 479 en 10 pour trouver le nombre de boîtes pleines et mettre ce qui reste dans une autre boîte.
Or, $479 = (47 \times 10) + 9$.
Il y aura donc 47 boîtes pleines et une autre boîte pour les 9 savons qui restent, soit 48 boîtes.
6. $18 \times 1\,000 = 18\,000$.

Exercices d'entraînement

1

1. $2 \times a = 2,5$, donc le nombre a est égal à $\frac{2,5}{2} = 1,25$.
Donc $a - 1 = 1,25 - 1 = 0,25$.
2. On développe en utilisant la simple distributivité :
 $A = -6x(x + 2)$
 $= -6x \times x - 6x \times 2$
 $= -6x^2 - 12x$
3. $-4x \times 7 = -28x$
4. Un multiple de 5 peut s'écrire sous la forme $5n$ ou $5 \times n$ avec n un entier naturel.
5. La dernière opération à effectuer pour faire ce calcul est une somme.
On en déduit que l'expression est une somme de deux termes A et B :
 $\underbrace{(3x + 9)}_A + \underbrace{(4x + 7)}_B$
6. À l'aide d'une factorisation, on obtient :
 $y - 0,6y = 1y - 0,6y$
 $= (1 - 0,6)y$
 $= 0,4y$
7. $\frac{8}{9}x - 4x = \frac{8}{9}x - \frac{4 \times 9}{9}x = \frac{8}{9}x - \frac{36}{9}x = \frac{8 - 36}{9}x = \frac{-28}{9}x$
8. Comme il y a 4 segments de la même longueur x , donc $AB = 11 - 4x \text{ cm}$.
9. On commence par développer le produit, puis on réduit.
 $6 + 6(8x - 7) = 6 + 48x - 42$
 $= 48x - 36$
10. Les parenthèses sont précédées d'un signe - (on les supprime en prenant l'opposé des termes de l'expression entre parenthèses).
 $3n - (n - 8) = 3n - n + 8$
 $= 2n + 8$

2

1. La somme de a et 7 peut se noter : $7 + a$ ou $a + 7$.
2. Le quart de z peut se noter : $\frac{z}{4}$, $z \div 4$, ou $0,25z$.
3. Le triple de a peut s'écrire de plusieurs façons : $3 \times a$, $a + 2a$ ou encore $3a$.
4. La moitié de m peut se noter : $\frac{m}{2}$, $m \div 2$, ou $0,5m$.
5. Un multiple de 9 peut s'écrire sous la forme $9n$ ou $9 \times n$ avec n un entier naturel.
6. Le successeur de x peut se noter : $x + 1$ ou $1 + x$.
7. L'opposé de m peut se noter : $-m$ ou $-1 \times m$.
8. Le prédécesseur de c peut se noter : $c - 1$ ou $c + (-1)$.

3

1. La différence du produit de 23 par x et du produit de 8 par y s'écrit : $23x - 8y$.
2. Le quotient de 36 par la différence de 8 et x s'écrit : $36 \div (8 - x)$ ou $\frac{36}{8 - x}$.
3. La somme du produit de 6 par x et du quotient du produit de 60 et y par 10 s'écrit : $6x + 60y \div 10$ ou $6x + \frac{60y}{10}$.
4. Le double de la somme de x et du produit de 9 par y s'écrit : $2 \times (x + 9y)$.

4

1. $A = 6c + 9 + c + 3 = 7c + 12$
2. $B = 7c - 3c = 4c$
3. $C = 7z + a + 9z + 5 + 2a = 16z + 3a + 5$
4. $D = 6z + 7 - 4z = 2z + 7$
5. $E = 2 + y + 8 + 8 + 2y = 3y + 18$
6. $F = 4a + 4a + 4 = 8a + 4$

5

1. $A = 9x - 9$
2. $B = -10x^2 \times x = -10x^3$
3. $C = -3x \times 6x = -18x^2$
4. $D = -11 \times (-3x) = 33x$
5. $E = 6x^2 - 6x^2 = 0$
6. $F = 8x - 8x = 0x$
7. $G = -5 + 4x$
8. $H = -9x + 0 = -9x$
9. $I = -11x \times 10 = -110x$
10. $J = -5x \times 0 = 0$

6

1. $A = 3 \times 5 + 7$
 $A = 22$
2. $B = 3 \times 3 + 4 \times 3$
 $B = 9 + 12$
 $B = 21$
3. $C = 2 \times (13 - 1)$
- $C = 2 \times 12$
 $C = 24$
4. $D = 4 \times 12 - 46$
 $D = 48 - 46$
 $D = 2$

7

1. $A = -a + (9a - 5)$
 $A = -a + 9a - 5$
 $A = 8a - 5$
2. $B = -11 + (-8y - 1)$
 $B = -11 - 8y - 1$
 $B = -8y - 12$
3. $C = -8c - (-2c - 7)$
 $C = -8c + 2c + 7$
 $C = -6c + 7$
4. $D = -4 - (-6c - 2)$
 $D = -4 + 6c + 2$
 $D = 6c - 2$
5. $E = 4x + (-5x - 3)$
 $E = 4x - 5x - 3$
 $E = -x - 3$
6. $F = 8 - (-x + 4)$
 $F = 8 + x - 4$
 $F = x + 4$

8

1. $A = (n + 8) \times (-6n)$
 $A = n \times (-6n) + 8 \times (-6n)$
 $A = -6n^2 + (-48n)$
 $A = -6n^2 - 48n$
2. $B = 2(-6x - 7)$
 $B = 2 \times (-6x) + 2 \times (-7)$
 $B = -12x + (-14)$
 $B = -12x - 14$
3. $C = -9(8k - 3)$
 $C = -9 \times 8k + (-9) \times (-3)$
 $C = -72k + 27$

4. $D = (-b + 6) \times 7b$
 $D = -b \times 7b + 6 \times 7b$
 $D = -7b^2 + 42b$
5. $E = (-6n - 2) \times 8$
 $E = -6n \times 8 + (-2) \times 8$
 $E = -48n + (-16)$
 $E = -48n - 16$
6. $F = -6a(8a + 7)$
 $F = -6a \times 8a + (-6a) \times 7$
 $F = -48a^2 + (-42a)$
 $F = -48a^2 - 42a$

9

1. $A = 6x + 60$
 $A = 6 \times x + 6 \times 10$
 $A = 6(x + 10)$
2. $B = 2y^2 - 20$
 $B = 2 \times y^2 - 2 \times 10$
 $B = 2(y^2 - 10)$
3. $C = -8a - 8 \times 6$
 $C = -8 \times a - 8 \times 6$
 $C = -8 \times a + (-8) \times 6$
 $C = -8(a + 6)$
4. $D = 5a^2 + 20$
 $D = 5 \times a^2 + 5 \times 4$
 $D = 5(a^2 + 4)$

5. $E = -66 - 6n$
 $E = -6 \times 11 - 6 \times n$
 $E = -6 \times 11 + (-6) \times n$
 $E = -6(11 + n)$
6. $F = -10 \times 2 + 10c$
 $F = -10 \times 2 + 10 \times c$
 $F = 10 \times (-2) + 10 \times c$
 $F = 10(-2 + c)$
7. $G = -3y - 3 \times 9$
 $G = -3 \times y - 3 \times 9$
 $G = -3 \times y + (-3) \times 9$
 $G = -3(y + 9)$
8. $H = 3b + 33$
 $H = 3 \times b + 3 \times 11$
 $H = 3(b + 11)$

10

1. $x \xrightarrow{\times 7} 7x \xrightarrow{+5} 7x+5 \xrightarrow{\times 7} (7x+5) \times 7 = 49x+35 \xrightarrow{-5} 49x+30$
 Le résultat du programme est donc $49x + 30$.
 Le programme de calcul est équivalent à :
 - Multiplier par 49
 - Ajouter 30

2. $x \xrightarrow{+8} x+8 \xrightarrow{\times 9} (x+8) \times 9 = 9x+72 \xrightarrow{+2} 9x+74$
 Le résultat du programme est donc $9x + 74$.
 Le programme de calcul est équivalent à :
 - Multiplier par 9
 - Ajouter 74

QCM

1. On additionne d'abord x avec son triple $3x$:
 $x + 3x = 4x$.
 Puis on élève le résultat au carré : $(4x)^2$.
 La bonne réponse est la réponse **B**.
2. Le produit de x par la somme de 5 et de 4 s'écrit : $x(5+4)$, qui se développe en $5x + 4x$.
 La bonne réponse est la réponse **C**.
3. $\frac{x \times y}{z} = \frac{x}{z} \times y$
 La bonne réponse est la réponse **D**.
4. $9x - \frac{8}{9}x = \frac{9 \times 9}{9}x - \frac{8}{9}x = \frac{81}{9}x - \frac{8}{9}x = \frac{81-8}{9}x = \frac{73}{9}x$
 La bonne réponse est la réponse **C**.
5. À l'aide d'une factorisation, on obtient :
 $0,74y - y = 0,74y - 1y$
 $= (0,74 - 1)y$
 $= -0,26y$
 La bonne réponse est la réponse **B**.

Corrections du chapitre 13

Calcul Mental

- $\frac{1}{3} \text{ h} = 60 \text{ min} \div 3 = 20 \text{ min}$
Ainsi, $\frac{2}{3}$ d'heure = 40 min.
- 10 % de 50 est égal à $50 \div 10 = 5$.
- En 15 min, Nathalie a parcouru 2 km.
En 60 min (soit 1 h), Nathalie parcourt 4 fois plus, soit $2 \times 4 = 8 \text{ km/h}$.
- La somme des 5 valeurs est : $\frac{25 + 75}{100} + \frac{125 + 175}{300} + 50 = 450$.
La moyenne est donc $\frac{450}{5} = 90$.
- Pour $x = -7$, on obtient : $(-7)^2 + 4 = 49 + 4 = 53$.
Pour $x = -7$, $x^2 + 4$ prend la valeur 53.
- Pour trouver l'heure de début, on soustrait la durée de l'heure de fin :
 $14 \text{ h } 15 \text{ min} - 25 \text{ min} = 13 \text{ h } 75 \text{ min} - 25 \text{ min} = 13 \text{ h } 50 \text{ min}$.

Exercices d'entraînement

1

- On utilise l'égalité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = y$ et $b = 1$.
 $(y - 1)^2 = y^2 - 2 \times 1 \times y + 1^2$
 $= y^2 - 2y + 1$
- $2x$ est un facteur commun aux deux termes : $6x$ et $14x^2$.
En effet :
 $6x + 14x^2 = \frac{2x \times 3}{6x} + \frac{2x \times 7x}{14x^2} = 2x(3 + 7x)$.
- $1 + \frac{4}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} + \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 + 4}{x^2}$
- On reconnaît le développement de l'égalité remarquable :
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = x$ et $b = 2$.
On a donc :
 $-4x + 4 + x^2 = (x - 2)^2$
- $(x + 6)(x - 9) = x^2 - 9x + 6x - 54$
 $= x^2 - 3x - 54$
Le terme en x^2 vient de $x \times x = x^2$.
Le terme en x vient de la somme de $x \times (-9)$ et de $6 \times x$.
Le terme constant vient de $6 \times (-9) = -54$.
- $\frac{24x + 12}{6} = \frac{6(4x + 2)}{6} = 4x + 2$.
- On reconnaît le développement de l'égalité remarquable :
 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ avec $a = 2x$ et $b = 7$.
On a donc : $4x^2 - 49 = (2x - 7)(2x + 7)$
- On remplace x par $x + 1$ dans l'expression de w :
 $w(x + 1) = -3(x + 1) - 9$
 $= -3x - 3 - 9$
 $= -3x - 12$
- On utilise l'égalité remarquable $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ avec $a = 3a$ et $b = 5$.
 $(3a - 5)(3a + 5) = (3a)^2 - 5^2$
 $= 9a^2 - 25$
- $7x - \frac{x}{7} = \frac{7x \times 7}{7} - \frac{x}{7} = \frac{49x}{7} - \frac{x}{7} = \frac{49x - x}{7} = \frac{48x}{7} = \frac{48}{7}x$

2

$$\begin{aligned}
 1. \quad A &= (-y + 8)(-9y + 3) \\
 A &= -y \times (-9y) + (-y) \times 3 + 8 \times (-9y) + 8 \times 3 \\
 A &= 9y^2 + (-3y) + (-72y) + 24 \\
 A &= 9y^2 - 75y + 24
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad B &= (-3a + 5)(-6a + 4) \\
 B &= -3a \times (-6a) + (-3a) \times 4 + 5 \times (-6a) + 5 \times 4 \\
 B &= 18a^2 + (-12a) + (-30a) + 20 \\
 B &= 18a^2 - 42a + 20
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad C &= (-8x + 7)(-x + 9) \\
 C &= -8x \times (-x) + (-8x) \times 9 + 7 \times (-x) + 7 \times 9 \\
 C &= 8x^2 + (-72x) + (-7x) + 63 \\
 C &= 8x^2 - 79x + 63
 \end{aligned}$$

$$4. \quad D = (-6a + 6)(-a - 9)$$

$$\begin{aligned}
 D &= -6a \times (-a) + (-6a) \times (-9) + 6 \times (-a) + 6 \times (-9) \\
 D &= 6a^2 + 54a + (-6a) + (-54) \\
 D &= 6a^2 + 48a - 54
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad E &= (-4y - 9)(-5y - 2) \\
 E &= -4y \times (-5y) + (-4y) \times (-2) + (-9) \times (-5y) + (-9) \times (-2) \\
 E &= 20y^2 + 8y + 45y + 18 \\
 E &= 20y^2 + 53y + 18
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6. \quad F &= (5a - 5)(-4a - 9) \\
 F &= 5a \times (-4a) + 5a \times (-9) + (-5) \times (-4a) + (-5) \times (-9) \\
 F &= -20a^2 + (-45a) + 20a + 45 \\
 F &= -20a^2 - 25a + 45
 \end{aligned}$$

3

$$\begin{aligned}
 1. \quad A &= -5x + (5x - 5)(-8x - 7) \\
 &= -5x - 40x^2 - 35x + 40x + 35 \\
 &= -40x^2 + 0x + 35
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad B &= 2(2x + 8)(9x + 11) \\
 &= 2(18x^2 + 22x + 72x + 88) \\
 &= 2(18x^2 + 94x + 88) \\
 &= 36x^2 + 188x + 176
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad C &= -6(9x - 4) - (2 - 9x) \\
 &= -54x + 24 - (2 - 9x) \\
 &= -54x + 24 - 2 + 9x \\
 &= -45x + 22
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad D &= (-3x \times 3)(-5x - 11) \\
 &= -9x \times (-5x - 11) \\
 &= 45x^2 + 99x
 \end{aligned}$$

4

$$\begin{aligned}
 1. \quad A &= -7(-8n - 6) - (-2)(9n - 4) \\
 A &= -7 \times (-8n) + (-7) \times (-6) - (-2 \times 9n + (-2) \times (-4)) \\
 A &= 56n + 42 - (-18n + 8) \\
 A &= 56n + 42 + 18n - 8 \\
 A &= 74n + 34
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad B &= (-5n - 6)(-3n + 3) + (n + 5)(-2n + 7) \\
 B &= -5n \times (-3n) + (-5n) \times 3 + (-6) \times (-3n) + (-6) \times 3 + (n \times (-2n) + n \times 7 + 5 \times (-2n) + 5 \times 7) \\
 B &= 15n^2 + (-15n) + 18n + (-18) + (-2n^2 + 7n + (-10n) + 35) \\
 B &= 15n^2 + 3n - 18 + (-2n^2 - 3n + 35) \\
 B &= 15n^2 + 3n - 18 - 2n^2 - 3n + 35 \\
 B &= 13n^2 + 17
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad C &= (-2c + 6)(c + 5) + (-8)(2c - 1) \\
 C &= -2c \times c + (-2c) \times 5 + 6 \times c + 6 \times 5 + (-8 \times 2c + (-8) \times (-1)) \\
 C &= -2c^2 + (-10c) + 6c + 30 + (-16c + 8) \\
 C &= -2c^2 - 4c + 30 + (-16c + 8) \\
 C &= -2c^2 - 4c + 30 - 16c + 8 \\
 C &= -2c^2 - 20c + 38
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad D &= 4(-4b + 4) - (3b + 8)(8b - 3) \\
 D &= 4 \times (-4b) + 4 \times 4 - (3b \times 8b + 3b \times (-3) + 8 \times 8b + 8 \times (-3)) \\
 D &= -16b + 16 - (24b^2 + (-9b) + 64b + (-24)) \\
 D &= -16b + 16 - (24b^2 + 55b - 24)
 \end{aligned}$$

$$D = -16b + 16 - 24b^2 - 55b + 24$$

$$D = -24b^2 - 71b + 40$$

5

1. $A = (8a - 8)(8a + 8)$
 $A = (8a)^2 - 8^2$
 $A = 64a^2 - 64$

2. $B = (4x - 3)(4x + 3)$
 $B = (4x)^2 - 3^2$
 $B = 16x^2 - 9$

3. $C = (2z - 5)(2z + 5)$
 $C = (2z)^2 - 5^2$
 $C = 4z^2 - 25$

4. $D = (6a - 4)(6a + 4)$
 $D = (6a)^2 - 4^2$
 $D = 36a^2 - 16$

6

1. On développe l'expression en utilisant l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, avec $a = 2x$ et $b = 11$:

$$(2x + 11)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 11 + 11^2$$

$$= 4x^2 + 44x + 121$$

2. On développe l'expression en utilisant l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, avec $a = 12x$ et $b = 2$:

$$(12x + 2)^2 = (12x)^2 + 2 \times 12x \times 2 + 2^2$$

$$= 144x^2 + 48x + 4$$

3. On développe l'expression en utilisant l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, avec $a = 9x$ et $b = 5$:

$$(9x + 5)^2 = (9x)^2 + 2 \times 9x \times 5 + 5^2$$

$$= 81x^2 + 90x + 25$$

4. On développe l'expression en utilisant l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, avec $a = 7x$ et $b = 9$:

$$(7x + 9)^2 = (7x)^2 + 2 \times 7x \times 9 + 9^2$$

$$= 49x^2 + 126x + 81$$

7

1. On développe l'expression en utilisant l'identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, avec $a = 7x$ et $b = 11$:

$$(7x - 11)^2 = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 11 + 11^2$$

$$= 49x^2 - 154x + 121$$

2. On développe l'expression en utilisant l'identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, avec $a = 6x$ et $b = 2$:

$$(6x - 2)^2 = (6x)^2 - 2 \times 6x \times 2 + 2^2$$

$$= 36x^2 - 24x + 4$$

3. On développe l'expression en utilisant l'identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, avec $a = 7x$ et $b = 8$:

$$(7x - 8)^2 = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 8 + 8^2$$

$$= 49x^2 - 112x + 64$$

4. On développe l'expression en utilisant l'identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, avec $a = 3x$ et $b = 7$:

$$(3x - 7)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 7 + 7^2$$

$$= 9x^2 - 42x + 49$$

8

1. On développe l'expression en utilisant l'identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, avec $a = \frac{3}{8}x$ et $b = 1$:

$$\left(\frac{3}{8}x - 1\right)^2 = \left(\frac{3}{8}x\right)^2 - 2 \times \frac{3}{8}x \times 1 + 1^2 = \frac{9}{64}x^2 - \frac{3}{4}x + 1.$$

2. On développe l'expression en utilisant l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, avec $a = \frac{2}{9}x$ et $b = 3$:

$$\left(\frac{2}{9}x + 3\right)^2 = \left(\frac{2}{9}x\right)^2 + 2 \times \frac{2}{9}x \times 3 + 3^2 = \frac{4}{81}x^2 + \frac{12}{9}x + 9.$$

3. On développe l'expression en utilisant l'identité remarquable $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, avec $a = \frac{1}{3}x$ et $b = 3$:

$$\left(\frac{1}{3}x - 3\right)\left(\frac{1}{3}x + 3\right) = \left(\frac{1}{3}x\right)^2 - 3^2 = \frac{1}{9}x^2 - 9.$$

4. On développe l'expression en utilisant l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, avec $a = \frac{3}{7}x$ et $b = 1$:

$$\left(\frac{3}{7}x + 1\right)^2 = \left(\frac{3}{7}x\right)^2 + 2 \times \frac{3}{7}x \times 1 + 1^2 = \frac{9}{49}x^2 + \frac{6}{7}x + 1.$$

9

1. L'expression à développer correspond à la troisième identité remarquable $(ax - b)(ax + b) = a^2x^2 - b^2$.
 $A = 9s^2 - 4z^2$
2. L'expression à développer correspond à la première identité remarquable $(ax + b)^2 = a^2x^2 + 2abx + b^2$.
 $B = 16t^2 + 24t + 9$
3. L'expression à développer correspond à la troisième identité remarquable $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.
 $C = x^2 - 1$
4. L'expression à développer correspond à la troisième identité remarquable $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.
 $D = y^2 - 100$

10

1. On développe $(4x - 1)(1 + 4x)$ en utilisant $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.
 $(4x - 1)(1 + 4x) = 16x^2 - 1$
Puis on remplace.
 $(4x - 1)(1 + 4x) + 9x = (16x^2 - 1) + 9x = 16x^2 - 1 + 9x = 16x^2 + 9x - 1$
2. On développe $(5x + 1)^2$ en utilisant l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
 $(5x + 1)^2 = 25x^2 + 10x + 1$
Puis on remplace.
 $(5x + 1)^2 + 8 = (25x^2 + 10x + 1) + 8 = 25x^2 + 10x + 1 + 8 = 25x^2 + 10x + 9$
3. On développe $(2x - 1)(2x + 1)$ en utilisant $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.
 $(2x - 1)(2x + 1) = 4x^2 - 1$
Puis on remplace.
 $7x^2 - (2x - 1)(2x + 1) = 7x^2 - (4x^2 - 1) = 7x^2 - 4x^2 + 1 = 3x^2 + 1$
4. On développe $(6 + 7x)^2$ en utilisant l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
 $(6 + 7x)^2 = 49x^2 + 84x + 36$
Puis on remplace.
 $5x^2 - (6 + 7x)^2 = 5x^2 - (49x^2 + 84x + 36) = 5x^2 - 49x^2 - 84x - 36 = -44x^2 - 84x - 36$

11

1. On développe $(3 + 2x)(3 - 2x)$.
 $(3 + 2x)(3 - 2x) = -4x^2 + 9$
 On développe $(6x - 6)^2$.
 $(6x - 6)^2 = 36x^2 - 72x + 36$
 Puis on soustrait.
 $(3 + 2x)(3 - 2x) - (6x - 6)^2 = (-4x^2 + 9) - (36x^2 - 72x + 36)$
 $(3 + 2x)(3 - 2x) - (6x - 6)^2 = -4x^2 + 9 - 36x^2 + 72x - 36$
 $(3 + 2x)(3 - 2x) - (6x - 6)^2 = -40x^2 + 72x - 27$

2. On développe $(8x - 3)^2$.
 $(8x - 3)^2 = 64x^2 - 48x + 9$
 On développe $(2x + 6)^2$.
 $(2x + 6)^2 = 4x^2 + 24x + 36$
 Puis on additionne.
 $(8x - 3)^2 + (2x + 6)^2 = (64x^2 - 48x + 9) + (4x^2 + 24x + 36)$
 $(8x - 3)^2 + (2x + 6)^2 = 64x^2 - 48x + 9 + 4x^2 + 24x + 36$
 $(8x - 3)^2 + (2x + 6)^2 = 68x^2 - 24x + 45$

3. On développe $(2x + 6)^2$.
 $(2x + 6)^2 = 4x^2 + 24x + 36$
 On développe $(8x - 9)^2$.
 $(8x - 9)^2 = 64x^2 - 144x + 81$
 Puis on additionne.
 $(2x + 6)^2 + (8x - 9)^2 = (4x^2 + 24x + 36) + (64x^2 - 144x + 81)$
 $(2x + 6)^2 + (8x - 9)^2 = 4x^2 + 24x + 36 + 64x^2 - 144x + 81$
 $(2x + 6)^2 + (8x - 9)^2 = 68x^2 - 120x + 117$

12

$A = (3x + 2)(3x - 5) + (x + 3)(3x - 5)$
 On remarque que $(3x - 5)$ est un facteur commun.
 $A = (3x + 2)(3x - 5) + (x + 3)(3x - 5)$
 $A = (3x - 5)(3x + 2 + x + 3)$
 $A = (3x - 5)(4x + 5)$

$B = x(x - 1) - 2(x - 1)$ On remarque que $(x - 1)$ est un facteur commun.
 $= x(x - 1) - 2(x - 1)$
 $= (x - 1)(x - 2)$

$C = (x - 2)(5x - 2) - (6x - 5)(x - 2)$
 On remarque que $(x - 2)$ est un facteur commun.
 $C = (x - 2)(5x - 2) - (6x - 5)(x - 2)$
 $C = (x - 2)(5x - 2 - (6x - 5))$
 $C = (x - 2)(5x - 2 - 6x + 5)$
 $C = (x - 2)(-x + 3)$

13

1. $x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x - 5)(x + 5)$

2. $x^2 - 2x + 1 = x^2 - 2 \times 1 \times x + 1^2 = (x - 1)^2$

3. $x^2 + 16x + 64 = x^2 + 2 \times 8 \times x + 8^2 = (x + 8)^2$

4. $x^2 - 16x + 64 = x^2 - 2 \times 8 \times x + 8^2 = (x - 8)^2$

QCM

1. On reconnaît le développement de l'égalité remarquable :
 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ avec $a = 2x$ et $b = 10$.
On a donc : $4x^2 - 100 = (2x - 10)(2x + 10)$
La bonne réponse est la réponse **C**.
2. On utilise l'égalité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = 4a$ et $b = 3$.
 $(4a + 3)^2 = (4a)^2 + 2 \times 4a \times 3 + 3^2$
 $= 16a^2 + 24a + 9$
La bonne réponse est la réponse **C**.
3. $(-1 + 2x)(x + 10) = -x - 10 + 2x^2 + 20x$
 $= 2x^2 + 19x - 10$
Le terme en x^2 vient de $2x \times x = 2x^2$.
Le terme en x vient de la somme de $2x \times 10$ et de $-1 \times x$.
Le terme constant vient de $-1 \times 10 = -10$.
La bonne réponse est la réponse **B**.
4. On développe en utilisant la simple distributivité :
 $A = (y + 9) \times (-4)$
 $= -4 \times y + (-4) \times 9$
 $= -4y - 36$
La bonne réponse est la réponse **C**.
5. On remplace x par $x - 1$ dans l'expression de p :
 $p(x - 1) = 3(x - 1) - 4$
 $= 3x - 3 - 4$
 $= 3x - 7$
La bonne réponse est la réponse **B**.
6. On cherche parmi les propositions, lesquelles peuvent donner, après développement, l'expression de l'énoncé.
 $(2x + 2)(-4x + 1) = -8x^2 + 2x - 8x + 2$
 $= -8x^2 - 6x + 2$
La bonne réponse est la réponse **C**.
7. On développe l'expression de l'énoncé.
 $-(x - 5)^2 - 1 = -(x^2 - 10x + 25) - 1$
 $= -x^2 + 10x - 25 - 1$
 $= -x^2 + 10x - 26$
La bonne réponse est la réponse **C**.
8. La forme du calcul fait penser à l'identité remarquable :
 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.
En l'utilisant avec $a = 35$ et $b = 34$, on obtient :
 $35^2 - 34^2 = (35 + 34)(35 - 34) = 69 \times 1 = 69$.
La bonne réponse est la réponse **A**.
9. On supprime les parenthèses en changeant les signes dans la deuxième parenthèse (précédée du signe $-$) :
 $A = 8z - 8 - 5z^2 + 8z - 1$
On réduit :
 $A = -5z^2 + 16z - 9$
La bonne réponse est la réponse **B**.
10. On reconnaît une différence de deux carrés $A^2 - B^2$ avec $A = 3x - 9$ et $B = x - 6$, qui se factorise en $(A - B)(A + B)$.
 $(3x - 9)^2 - (x - 6)^2 = [(3x - 9) - (x - 6)][(3x - 9) + (x - 6)]$
 $= (2x - 3)(4x - 15)$
 $= 8x^2 - 42x + 45$.
La bonne réponse est la réponse **C**.

Corrections du chapitre 14

Calcul Mental

$$2 + \frac{5}{8} = \frac{2 \times 8}{8} + \frac{5}{8}$$

$$1. \quad = \frac{16}{8} + \frac{5}{8}$$

$$= \frac{21}{8}$$

2. La somme des 4 nombres est : $3 + 15 + 7 + 15 = 40$.

La moyenne est donc $\frac{40}{4} = 10$.

3. $\sqrt{144} = 12$

4. $10^{-2} + 10^4 = 0,01 + 10\,000$
 $= 10\,000,01$

5. Pour $x = -2$, on obtient :
 $3x + 6 = 3 \times (-2) + 6$
 $= 0$

6. $\frac{55}{15} = \frac{11 \times 5}{3 \times 5}$
 $= \frac{11}{3}$

Exercices d'entraînement

1

1. Résoudre l'équation $5x = 15$.

$$5x \div 5 = 15 \div 5$$

$$x = \frac{15}{5} = 3$$

La solution est 3.

2. Résoudre l'équation $2x - 5 = 3$.

$$2x - 5 + 5 = 3 + 5$$

$$2x = 8$$

$$2x \div 2 = 8 \div 2$$

$$x = \frac{8}{2} = 4$$

La solution est 4.

3. Résoudre l'équation $6x - 20 = 3x - 8$.

$$6x - 20 - 3x = 3x - 8 - 3x$$

$$3x - 20 = -8$$

$$3x - 20 + 20 = -8 + 20$$

$$3x = 12$$

$$3x \div 3 = 12 \div 3$$

$$x = \frac{12}{3} = 4$$

La solution est 4.

4. On reconnaît une équation produit nul.

Un produit de facteurs est nul, si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

$$(5x + 5)(3x + 3) = 0$$

$$5x + 5 = 0 \text{ ou } 3x + 3 = 0$$

$$5x = -5 \text{ ou } 3x = -3$$

$$x = -1 \text{ ou } x = -1$$

Le produit de ces solutions est donc égal à : $(-1) \times (-1) = 1$.

5. L'équation est équivalente à $-x^2 = 6 - 14$, soit $x^2 = 8$.

8 étant strictement positif, cette équation a 2 solutions : $2\sqrt{2}$ et $-2\sqrt{2}$.

6. On multiplie par -4 chacun des deux membres, puis on ajoute 6.

• En multipliant par -4 , on obtient :

$$x - 6 = -6 \times (-4), \text{ soit } x - 6 = 24$$

• En ajoutant 6, on obtient :

$$x = 24 + 6, \text{ soit } x = 30.$$

L'équation a pour solution : 30.

7. On isole le carré pour se ramener à une équation du type $x^2 = k$.
Résoudre l'équation revient à résoudre $x^2 = 16$.
Puisque 16 est strictement positif, l'équation a deux solutions : $-\sqrt{16} = -4$ et $\sqrt{16} = 4$.
Ainsi, $S = \{-4; 4\}$.
8. On isole le carré pour se ramener à une équation du type $x^2 = k$.
Résoudre l'équation revient à résoudre $x^2 = 15$.
Puisque 15 est strictement positif, l'équation a deux solutions : $-\sqrt{15}$ et $\sqrt{15}$.
Ainsi, $S = \{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$.
9. L'équation est de la forme $X^2 = k$ avec $X = (x + 2)$ et $k = 100$.
Comme $k > 0$, les solutions de $(x + 2)^2 = 100$ sont données par les solutions de chacune des équations : $x + 2 = -\sqrt{100}$ et $x + 2 = \sqrt{100}$.
 $x + 2 = -10$ a pour solution -12 et $x + 2 = 10$ a pour solution 8 .
Ainsi, l'ensemble des solutions de l'équation est $S = \{-12; 8\}$.
10. On remarque que l'expression $1 + \frac{p}{100}$ est égal au coefficient multiplicateur associé à une évolution de p %.
Le coefficient multiplicateur 1,02 est associé à une hausse de 2 %. Ainsi, $p = 2$.

On peut aussi résoudre l'équation :

$$1 + \frac{p}{100} = 1,02$$

$$\frac{p}{100} = 1,02 - 1$$

$$\frac{p}{100} = 0,02$$

$$p = 100 \times 0,02$$

$$p = 2$$

2

1. Pour $x = -5$:
 $x^2 + 9x + 20 = (-5)^2 + 9 \times (-5) + 20 = 25 - 45 + 20 = 0$
On trouve bien 0 pour le membre de gauche donc l'égalité est vraie.
 $x = -5$ est donc solution de l'équation $x^2 + 9x + 20 = 0$

Pour $x = -4$:

$$x^2 + 9x + 20 = (-4)^2 + 9 \times (-4) + 20 = 16 - 36 + 20 = 0$$

On trouve bien 0 pour le membre de gauche donc l'égalité est vraie.

$x = -4$ est donc solution de l'équation $x^2 + 9x + 20 = 0$

Pour $x = 9$:

$$x^2 + 9x + 20 = 9^2 + 9 \times 9 + 20 = 81 + 81 + 20 = 182$$

$182 \neq 0$ donc l'égalité n'est pas vraie.

$x = 9$ n'est donc pas solution de l'équation $x^2 + 9x + 20 = 0$

2. Pour $x = 0$:

$$2x + 4 = 2 \times 0 + 4 = 4$$

$$x^2 + 2x = 0^2 + 2 \times 0 = 0 + 0 = 0$$

$4 \neq 0$ donc l'égalité n'est pas vraie.

$x = 0$ n'est donc pas solution de l'équation $2x + 4 = x^2 - 2x$

Pour $x = 2$:

$$2x + 4 = 2 \times 2 + 4 = 8$$

$$x^2 + 2x = 2^2 + 2 \times 2 = 4 + 4 = 8$$

On trouve le même résultat pour le membre de gauche et pour le membre de droite donc l'égalité

est vraie.

$x = 2$ est donc solution de l'équation $2x + 4 = x^2 - 2x$

Pour $x = -2$:

$$2x + 4 = 2 \times (-2) + 4 = 0$$

$$x^2 + 2x = (-2)^2 + 2 \times (-2) = 4 - 4 = 0$$

On trouve le même résultat pour le membre de gauche et pour le membre de droite donc l'égalité est vraie.

$x = -2$ est donc solution de l'équation $2x + 4 = x^2 - 2x$

3. Pour $x = -2$:

$$-40x - 80 = -40 \times (-2) - 80 = 0$$

$$-20x^2 - 40x = -20 \times (-2)^2 - 40 \times (-2) = -80 - 80 = -160$$

$0 \neq -160$ donc l'égalité n'est pas vraie.

$x = -2$ n'est donc pas solution de l'équation $-40x - 80 = -20x^2 - 40x$

Pour $x = 2$:

$$-40x - 80 = -40 \times 2 - 80 = -160$$

$$-20x^2 - 40x = -20 \times 2^2 - 40 \times 2 = -80 + 80 = 0$$

$-160 \neq 0$ donc l'égalité n'est pas vraie.

$x = 2$ n'est donc pas solution de l'équation $-40x - 80 = -20x^2 - 40x$

Pour $x = -1$:

$$-40x - 80 = -40 \times (-1) - 80 = -40$$

$$-20x^2 - 40x = -20 \times (-1)^2 - 40 \times (-1) = -20 - 40 = -60$$

$-40 \neq -60$ donc l'égalité n'est pas vraie.

$x = -1$ n'est donc pas solution de l'équation $-40x - 80 = -20x^2 - 40x$

3

1. $x + 12 = 1$

$$x + 12 - 12 = 1 - 12$$

$$x = -11$$

La solution de l'équation $x + 12 = 1$ est -11 .

2. $3x = -2$

$$3x \div 3 = -2 \div 3$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

La solution de l'équation $3x = -2$ est $-\frac{2}{3}$.

3. $-12x + 8 = 0$

$$-12x + 8 - 8 = 0 - 8$$

$$-12x = -8$$

$$-12x \div (-12) = -8 \div (-12)$$

$$x = \frac{8}{12}$$

$$x = \frac{2}{3}$$

La solution de l'équation $-12x + 8 = 0$ est $\frac{2}{3}$.

4. $-8x - 2 = 5x - 6$

$$-8x - 2 - 5x = 5x - 6 - 5x$$

$$-13x - 2 = -6$$

$$-13x - 2 + 2 = -6 + 2$$

$$-13x = -4$$

$$-13x \div (-13) = -4 \div (-13)$$

$$x = \frac{4}{13}$$

La solution de l'équation $-8x - 2 = 5x - 6$ est $\frac{4}{13}$.

5. $-12x + 1 = 2$

$$-12x + 1 - 1 = 2 - 1$$

$$-12x = 1$$

$$-12x \div (-12) = 1 \div (-12)$$

$$x = -\frac{1}{12}$$

La solution de l'équation $-12x + 1 = 2$ est $-\frac{1}{12}$.

6. $13x - 12 = 8x - 8$

$$13x - 12 - 8x = 8x - 8 - 8x$$

$$5x - 12 = -8$$

$$5x - 12 + 12 = -8 + 12$$

$$5x = 4$$

$$5x \div 5 = 4 \div 5$$

$$x = \frac{4}{5}$$

La solution de l'équation $13x - 12 = 8x - 8$ est $\frac{4}{5}$.



4

1. $-3m - 5 = 3$

On ajoute 5 aux deux membres.

$$-3m - 5 + 5 = 3 + 5$$

$$-3m = 8$$

On divise les deux membres par -3.

$$-3m \div (-3) = 8 \div (-3)$$

$$m = -\frac{8}{3}$$

La solution de l'équation $-3m - 5 = 3$ est $-\frac{8}{3}$.

2. $10m - 5 = m + 7$

On soustrait m aux deux membres.

$$10m - 5 - m = m + 7 - m$$

$$9m - 5 = 7$$

On ajoute 5 aux deux membres.

$$9m - 5 + 5 = 7 + 5$$

$$9m = 12$$

On divise les deux membres par 9.

$$9m \div 9 = 12 \div 9$$

$$m = \frac{12}{9}$$

$$m = \frac{4}{3}$$

La solution de l'équation $10m - 5 = m + 7$ est $\frac{4}{3}$.

3. $10t + 8 = 0$

On soustrait 8 aux deux membres.

$$10t + 8 - 8 = 0 - 8$$

$$10t = -8$$

On divise les deux membres par 10.

$$10t \div 10 = -8 \div 10$$

$$t = -\frac{8}{10}$$

$$t = -\frac{4}{5}$$

La solution de l'équation $10t + 8 = 0$ est $-\frac{4}{5}$.

4. $-7a + 8 = 8a - 1$

On soustrait $8a$ aux deux membres.

$$-7a + 8 - 8a = 8a - 1 - 8a$$

$$-15a + 8 = -1$$

On soustrait 8 aux deux membres.

$$-15a + 8 - 8 = -1 - 8$$

$$-15a = -9$$

On divise les deux membres par -15.

$$-15a \div (-15) = -9 \div (-15)$$

$$a = \frac{9}{15}$$

$$a = \frac{3}{5}$$

La solution de l'équation $-7a + 8 = 8a - 1$ est $\frac{3}{5}$.

5. $6a - 11 = 4$

On ajoute 11 aux deux membres.

$$6a - 11 + 11 = 4 + 11$$

$$6a = 15$$

On divise les deux membres par 6.

$$6a \div 6 = 15 \div 6$$

$$a = \frac{15}{6}$$

$$a = \frac{5}{2}$$

La solution de l'équation $6a - 11 = 4$ est $\frac{5}{2}$.

6. $9b + 1 = 0$

On soustrait 1 aux deux membres.

$$9b + 1 - 1 = 0 - 1$$

$$9b = -1$$

On divise les deux membres par 9.

$$9b \div 9 = -1 \div 9$$

$$b = -\frac{1}{9}$$

La solution de l'équation $9b + 1 = 0$ est $-\frac{1}{9}$.

5

1. $\frac{5}{u} = \frac{2}{9}$

Les produits en croix sont égaux.

$$2 \times u = 9 \times 5$$

On divise les deux membres par 2.

$$\frac{2 \times u}{2} = \frac{9 \times 5}{2}$$

On simplifie et on calcule.

$$u = 22,5$$

2. $\frac{3}{4} = \frac{y}{9}$

Les produits en croix sont égaux.

$$4 \times y = 3 \times 9$$

On divise les deux membres par 4.

$$\frac{4 \times y}{4} = \frac{3 \times 9}{4}$$

On simplifie et on calcule.

$$y = 6,75$$

3. $\frac{4}{u} = \frac{5}{7}$

Les produits en croix sont égaux.

$$5 \times u = 7 \times 4$$

On divise les deux membres par 5.

$$\frac{5 \times u}{5} = \frac{7 \times 4}{5}$$

On simplifie et on calcule.

$$u = 5,6$$

4. $\frac{5}{8} = \frac{x}{4}$

Les produits en croix sont égaux.

$$8 \times x = 5 \times 4$$

On divise les deux membres par 8.

$$\frac{8 \times x}{8} = \frac{5 \times 4}{8}$$

On simplifie et on calcule.

$$x = 2,5$$

6

1. $5 - (-9x - 5) = -3x - 3$

On développe le membre de gauche.

$$5 + 9x + 5 = -3x - 3$$

$$9x + 10 = -3x - 3$$

On ajoute $3x$ aux deux membres.

$$9x + 10 + 3x = -3x + -3 + 3x$$

$$12x + 10 = -3$$

On soustrait 10 aux deux membres.

$$12x + 10 - 10 = -3 - 10$$

$$12x = -13$$

On divise les deux membres par 12.

$$12x \div 12 = -13 \div 12$$

$$x = -\frac{13}{12}$$

La solution de l'équation $5 - (-9x - 5) = -3x - 3$ est $-\frac{13}{12}$.

2. $-6x + 7 = -2x + 5$

On ajoute $2x$ aux deux membres.

$$-6x + 7 + 2x = -2x + 5 + 2x$$

$$-4x + 7 = 5$$

On soustrait 7 aux deux membres.

$$-4x + 7 - 7 = 5 - 7$$

$$-4x = -2$$

On divise les deux membres par -4 .

$$-4x \div (-4) = -2 \div (-4)$$

$$x = \frac{2}{4}$$

Par simplification, $x = \frac{1}{2}$.

La solution de l'équation $-6x + 7 = -2x + 5$ est $\frac{1}{2}$.

3. $6 - (-7x - 7) = -9x - 8$

On développe le membre de gauche.

$$6 + 7x + 7 = -9x - 8$$

$$7x + 13 = -9x - 8$$

On ajoute $9x$ aux deux membres.

$$7x + 13 + 9x = -9x + -8 + 9x$$

$$16x + 13 = -8$$

On soustrait 13 aux deux membres.

$$16x + 13 - 13 = -8 - 13$$

$$16x = -21$$

On divise les deux membres par 16.

$$16x \div 16 = -21 \div 16$$

$$x = -\frac{21}{16}$$

La solution de l'équation $6 - (-7x - 7) = -9x - 8$ est $-\frac{21}{16}$.

4. $5(-2x - 2) = -x + 8$

On développe le membre de gauche.

$$-10x - 10 = -x + 8$$

On ajoute x aux deux membres.

$$-10x - 10 + x = -1x + 8 + x$$

$$-9x - 10 = 8$$

On ajoute 10 aux deux membres.

$$-9x - 10 + 10 = 8 + 10$$

$$-9x = 18$$

On divise les deux membres par -9 .

$$-9x \div (-9) = 18 \div (-9)$$

$$x = -\frac{18}{9}$$

Par simplification, $x = -2$.

La solution de l'équation $5(-2x - 2) = -x + 8$ est -2 .

5. $7(-8x + 6) = 7x - 7$

On développe le membre de gauche.

$$-56x + 42 = 7x - 7$$

On soustrait $7x$ aux deux membres.

$$-56x + 42 - 7x = 7x - 7 - 7x$$

$$-63x + 42 = -7$$

On soustrait 42 aux deux membres.

$$-63x + 42 - 42 = -7 - 42$$

$$-63x = -49$$

On divise les deux membres par -63 .

$$-63x \div (-63) = -49 \div (-63)$$

$$x = \frac{49}{63}$$

Par simplification, $x = \frac{7}{9}$.

La solution de l'équation $7(-8x + 6) = 7x - 7$ est $\frac{7}{9}$.

6. $4x - 4 = -8x + 6$

On ajoute $8x$ aux deux membres.

$$4x - 4 + 8x = -8x + 6 + 8x$$

$$12x - 4 = 6$$

On ajoute 4 aux deux membres.

$$12x - 4 + 4 = 6 + 4$$

$$12x = 10$$

On divise les deux membres par 12.

$$12x \div 12 = 10 \div 12$$

$$x = \frac{10}{12}$$

Par simplification, $x = \frac{5}{6}$.

La solution de l'équation $4x - 4 = -8x + 6$ est $\frac{5}{6}$.

7



Rappel Pour tout réels a, b, c, d tels que b et d soient non nuls : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si et seulement si $ad = bc$.

1. Première équation

$$\begin{aligned}\frac{-4x+3}{7} &= \frac{5}{10} \\ 10(-4x+3) &= 7 \times 5 \\ -40x+30 &= 35 \\ -40x &= 35-30 \\ -40x &= 5 \\ x &= -\frac{5}{40} = -\frac{1}{8}\end{aligned}$$

L'équation a donc pour unique solution : $-\frac{1}{8}$.

2. Deuxième équation

$$\begin{aligned}\frac{6x-5}{-6} &= \frac{-3}{4} \\ 4(6x-5) &= -6 \times (-3) \\ 24x-20 &= 18 \\ 24x &= 18+20 \\ 24x &= 38 \\ x &= \frac{38}{24} = \frac{19}{12}\end{aligned}$$

L'équation a donc pour unique solution : $\frac{19}{12}$.

3. Troisième équation

$$\begin{aligned}\frac{-9x-10}{7} &= \frac{10}{8} \\ 8(-9x-10) &= 7 \times 10 \\ -72x-80 &= 70 \\ -72x &= 70+80 \\ -72x &= 150 \\ x &= -\frac{150}{72} = -\frac{25}{12}\end{aligned}$$

L'équation a donc pour unique solution : $-\frac{25}{12}$.

8

1. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$\begin{aligned}(-9x+8)(8x+6) &= 0 \\ \Leftrightarrow -9x+8 &= 0 \text{ ou } 8x+6 = 0 \\ \Leftrightarrow -9x &= -8 \text{ ou } 8x = -6 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-8}{-9} \text{ ou } x = \frac{-6}{8}\end{aligned}$$

On en déduit : $S = \left\{-\frac{3}{4}; \frac{8}{9}\right\}$.

2. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$\begin{aligned}(2x-7)(-6x+8) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x-7 &= 0 \text{ ou } -6x+8 = 0 \\ \Leftrightarrow 2x &= 7 \text{ ou } -6x = -8 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{7}{2} \text{ ou } x = \frac{-8}{-6}\end{aligned}$$

On en déduit : $S = \left\{\frac{4}{3}; \frac{7}{2}\right\}$.

3. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$\begin{aligned}(x+2)(2x+1) &= 0 \\ \Leftrightarrow x+2 &= 0 \text{ ou } 2x+1 = 0 \\ \Leftrightarrow x &= -2 \text{ ou } 2x = -1 \\ \Leftrightarrow x &= -2 \text{ ou } x = \frac{-1}{2}\end{aligned}$$

On en déduit : $S = \left\{-2; -\frac{1}{2}\right\}$.

4. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$(4x - 9)(7x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x - 9 = 0 \text{ ou } 7x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x = 9 \text{ ou } 7x = -3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{4} \text{ ou } x = -\frac{3}{7}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ -\frac{3}{7}; \frac{9}{4} \right\}.$$

9

1. Méthode 1 :

On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$ qui se factorise en $(a - b)(a + b)$.

On l'applique avec $a = 7$ et $b = x$.

Résoudre l'équation revient à résoudre $(7 - x)(7 + x) = 0$ (on reconnaît une équation produit nul).

$$7 - x = 0 \text{ ou } 7 + x = 0$$

$$x = 7 \text{ ou } x = -7$$

$$\text{Ainsi, } S = \{-7; 7\}.$$

Méthode 2 :

On isole le carré pour se ramener à une équation du type $x^2 = k$.

Résoudre l'équation revient à résoudre $x^2 = 49$.

Puisque 49 est strictement positif, l'équation a deux solutions : $-\sqrt{49} = -7$ et $\sqrt{49} = 7$.

$$\text{Ainsi, } S = \{-7; 7\}.$$

2. Méthode 1 :

On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$ qui se factorise en $(a - b)(a + b)$.

On l'applique avec $a = 8$ et $b = x$.

Résoudre l'équation revient à résoudre $(8 - x)(8 + x) = 0$ (on reconnaît une équation produit nul).

$$8 - x = 0 \text{ ou } 8 + x = 0$$

$$x = 8 \text{ ou } x = -8$$

$$\text{Ainsi, } S = \{-8; 8\}.$$

Méthode 2 :

On isole le carré pour se ramener à une équation du type $x^2 = k$.

Résoudre l'équation revient à résoudre $x^2 = 64$.

Puisque 64 est strictement positif, l'équation a deux solutions : $-\sqrt{64} = -8$ et $\sqrt{64} = 8$.

$$\text{Ainsi, } S = \{-8; 8\}.$$

3. Méthode 1 :

On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$ qui se factorise en $(a - b)(a + b)$.

On l'applique avec $a = 1$ et $b = x$.

Résoudre l'équation revient à résoudre $(1 - x)(1 + x) = 0$ (on reconnaît une équation produit nul).

$$1 - x = 0 \text{ ou } 1 + x = 0$$

$$x = 1 \text{ ou } x = -1$$

$$\text{Ainsi, } S = \{-1; 1\}.$$

Méthode 2 :

On isole le carré pour se ramener à une équation du type $x^2 = k$.

Résoudre l'équation revient à résoudre $x^2 = 1$.

Puisque 1 est strictement positif, l'équation a deux solutions : $-\sqrt{1} = -1$ et $\sqrt{1} = 1$.

$$\text{Ainsi, } S = \{-1; 1\}.$$

4. Méthode 1 :

On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$ qui se factorise en $(a - b)(a + b)$.

On l'applique avec $a = x$ et $b = 2$.

Résoudre l'équation revient à résoudre $(x - 2)(x + 2) = 0$ (on reconnaît une équation produit nul).

$$x - 2 = 0 \text{ ou } x + 2 = 0$$

$$x = 2 \text{ ou } x = -2$$

$$\text{Ainsi, } S = \{-2; 2\}.$$

Méthode 2 :

On isole le carré pour se ramener à une équation du type $x^2 = k$.

Résoudre l'équation revient à résoudre $x^2 = 4$.

Puisque 4 est strictement positif, l'équation a deux solutions : $-\sqrt{4} = -2$ et $\sqrt{4} = 2$.

$$\text{Ainsi, } S = \{-2; 2\}.$$

5. Méthode 1 :

On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$ qui se factorise en $(a - b)(a + b)$.

On l'applique avec $a = x$ et $b = 7$.

Résoudre l'équation revient à résoudre $(x - 7)(x + 7) = 0$ (on reconnaît une équation produit nul).

$$x - 7 = 0 \text{ ou } x + 7 = 0$$

$$x = 7 \text{ ou } x = -7$$

$$\text{Ainsi, } S = \{-7; 7\}.$$

Méthode 2 :

On isole le carré pour se ramener à une équation du type $x^2 = k$.

Résoudre l'équation revient à résoudre $x^2 = 49$.

Puisque 49 est strictement positif, l'équation a deux solutions : $-\sqrt{49} = -7$ et $\sqrt{49} = 7$.

$$\text{Ainsi, } S = \{-7; 7\}.$$

6. Méthode 1 :

On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$ qui se factorise en $(a - b)(a + b)$.

On l'applique avec $a = x$ et $b = 9$.

Résoudre l'équation revient à résoudre $(x - 9)(x + 9) = 0$ (on reconnaît une équation produit nul).

$$x - 9 = 0 \text{ ou } x + 9 = 0$$

$$x = 9 \text{ ou } x = -9$$

$$\text{Ainsi, } S = \{-9; 9\}.$$

Méthode 2 :

On isole le carré pour se ramener à une équation du type $x^2 = k$.

Résoudre l'équation revient à résoudre $x^2 = 81$.

Puisque 81 est strictement positif, l'équation a deux solutions : $-\sqrt{81} = -9$ et $\sqrt{81} = 9$.

$$\text{Ainsi, } S = \{-9; 9\}.$$

10

1. On isole le carré. L'équation s'écrit $x^2 = -16$. Comme -16 est strictement négatif, l'équation n'a pas de solution.
Ainsi, $S = \emptyset$.

2. On reconnaît une équation du type $x^2 = k$ avec $k = 11$.
Puisque 11 est strictement positif, l'équation a deux solutions : $-\sqrt{11}$ et $\sqrt{11}$.
Ainsi, $S = \{-\sqrt{11}; \sqrt{11}\}$.

3. On isole le carré pour se ramener à une équation du type $X^2 = k$.
Résoudre l'équation revient à résoudre $(x - 8)^2 = 11$.
Puisque 11 est strictement positif, les solutions sont données par chacune des équations :
 $x - 8 = \sqrt{11}$ et $x - 8 = -\sqrt{11}$.
L'équation $x - 8 = \sqrt{11}$ a pour solution $x = 8 + \sqrt{11}$ et l'équation $x - 8 = -\sqrt{11}$ a pour solution $x = 8 - \sqrt{11}$.
Ainsi, $S = \{8 - \sqrt{11}; 8 + \sqrt{11}\}$.

4. **Méthode 1 :**
On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$ qui se factorise en $(a - b)(a + b)$.
On l'applique avec $a = x$ et $b = \sqrt{17}$.
Résoudre l'équation revient à résoudre $(x - \sqrt{17})(x + \sqrt{17}) = 0$ (on reconnaît une équation produit nul).
 $x - \sqrt{17} = 0$ ou $x + \sqrt{17} = 0$
 $x = \sqrt{17}$ ou $x = -\sqrt{17}$
Ainsi, $S = \{-\sqrt{17}; \sqrt{17}\}$

Méthode 2 :

On isole le carré pour se ramener à une équation du type $x^2 = k$.
Résoudre l'équation revient à résoudre $x^2 = 17$.
Puisque 17 est strictement positif, l'équa-

tion a deux solutions : $-\sqrt{17}$ et $\sqrt{17}$.
Ainsi, $S = \{-\sqrt{17}; \sqrt{17}\}$.

5. On isole le carré pour se ramener à une équation du type $x^2 = k$.
Résoudre l'équation revient à résoudre $x^2 = -1$.
Puisque -1 est strictement négatif, l'équation n'a pas de solution.
Ainsi, $S = \emptyset$.

6. **Méthode 1 :**

On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$ qui se factorise en $(a - b)(a + b)$.
On l'applique avec $a = 5(x - 5)$ et $b = 2$.
Résoudre l'équation revient à résoudre $(5(x - 5) - 2)(5(x - 5) + 2) = 0$ ou encore $(5x - 27)(5x - 23) = 0$ (on reconnaît une équation produit nul).

L'équation $5x - 27 = 0$ a pour solution $x = \frac{27}{5}$ et l'équation $5x - 23 = 0$ a pour solution $x = \frac{23}{5}$.

Ainsi, $S = \{\frac{23}{5}; \frac{27}{5}\}$.

Méthode 2 :

On isole le carré pour se ramener à une équation du type $X^2 = k$.
Résoudre l'équation revient à résoudre $(x - 5)^2 = \frac{4}{25}$.

Puisque $\frac{4}{25}$ est strictement positif, les solutions sont données par chacune des équations :

$x - 5 = -\frac{2}{5}$ et $x - 5 = \frac{2}{5}$.

L'équation $x - 5 = -\frac{2}{5}$ a pour solution $x = \frac{23}{5}$ et l'équation $x - 5 = \frac{2}{5}$ a pour solution $x = \frac{27}{5}$.

Ainsi, $S = \{\frac{23}{5}; \frac{27}{5}\}$.

11

1. $(8x - 5)(2x + 2) + (8x - 5)(8x + 7) = 0$

On observe que $(8x - 5)$ est un facteur commun dans les deux termes :

$$(8x - 5)(2x + 2) + (8x - 5)(8x + 7) = 0$$

$$\Leftrightarrow (8x - 5)((2x + 2) + (8x + 7)) = 0$$

$$\Leftrightarrow (8x - 5)(10x + 9) = 0$$

On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$\Leftrightarrow 8x - 5 = 0 \quad \text{ou bien} \quad 10x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{8} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{9}{10}$$

On en déduit : $S = \left\{ -\frac{9}{10}; \frac{5}{8} \right\}$.

2. $(-5x + 6)(-3x - 7) - (-5x + 6)(-8x + 2) = 0$

On observe que $(-5x + 6)$ est un facteur commun dans les deux termes :

$$(-5x + 6)(-3x - 7) - (-5x + 6)(-8x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-5x + 6)((-3x - 7) - (-8x + 2)) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-5x + 6)(-3x - 7 + 8x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-5x + 6)(5x - 9) = 0$$

On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$\Leftrightarrow -5x + 6 = 0 \quad \text{ou bien} \quad 5x - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6}{5} \quad \text{ou} \quad x = \frac{9}{5}$$

On en déduit : $S = \left\{ \frac{6}{5}; \frac{9}{5} \right\}$.

3. $(-5x - 7)^2 + (-5x - 7)(x - 1) = 0$

$$(-5x - 7)(-5x - 7) + (-5x - 7)(x - 1) = 0$$

On observe que $(-5x - 7)$ est un facteur commun dans les deux termes :

$$(-5x - 7)(-5x - 7) + (-5x - 7)(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-5x - 7)((-5x - 7) + (x - 1)) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-5x - 7)(-5x - 7 + x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-5x - 7)(-4x - 8) = 0$$

On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$\Leftrightarrow -5x - 7 = 0 \quad \text{ou bien} \quad -4x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{7}{5} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{2}{1}$$

On en déduit : $S = \left\{ -2; -\frac{7}{5} \right\}$.

4. $(-5x + 6)(-2x - 7) - (-5x + 6)^2 = 0$

$$(-5x + 6)(-2x - 7) - (-5x + 6)(-5x + 6) = 0$$

On observe que $(-5x + 6)$ est un facteur commun dans les deux termes :

$$(-5x + 6)(-2x - 7) - (-5x + 6)(-5x + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-5x + 6)((-2x - 7) - (-5x + 6)) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-5x + 6)(-2x - 7 + 5x - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-5x + 6)(3x - 13) = 0$$

On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$\Leftrightarrow -5x + 6 = 0 \quad \text{ou bien} \quad 3x - 13 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6}{5} \quad \text{ou} \quad x = \frac{13}{3}$$

On en déduit : $S = \left\{ \frac{13}{3}; \frac{6}{5} \right\}$.

QCM

1. On reconnaît une équation du type $x^2 = k$ avec $k = 64$.

Puisque 64 est strictement positif, l'équation a deux solutions : $-\sqrt{64} = -8$ et $\sqrt{64} = 8$.

Ainsi, $S = \{-8; 8\}$.

La bonne réponse est la réponse **D**.

2. On obtient x en ajoutant 29, puis en divisant le résultat par 81.

Ainsi, $x = \frac{-126 + 29}{81}$, soit $x = \frac{29 - 126}{81}$.

La bonne réponse est la réponse **B**.

3. On développe, puis on isole l'inconnue dans le membre de gauche :

$$6(9x + 5) = -6x + 6$$

$$54x + 30 = -6x + 6$$

$$54x + 30 + 6x = -6x + 6 + 6x$$

$$60x + 30 = 6$$

$$60x + 30 - 30 = 6 - 30$$

$$60x = -24$$

$$x = \frac{-24}{60}$$

$$x = -\frac{2}{5}$$

La solution est $-\frac{2}{5}$.

La bonne réponse est la réponse **D**.

4. L'équation $\frac{136}{x} = 8$ est équivalente à $8 \times x = 136$, soit $x = \frac{136}{8}$.

Ainsi, la solution de l'équation est $\frac{136}{8}$.

La bonne réponse est la réponse **C**.

5. L'équation est équivalente à $-x^2 = 16 - 5$, soit $x^2 = -11$.

Cette équation a 0 solution réelle car $-11 < 0$.

La bonne réponse est la réponse **B**.

6. On multiplie par 10 chacun des deux membres de l'équation pour obtenir $x = 0$. C'est bien $0 \div 10$ qui est égal à 0.

Ainsi, la solution de l'équation est 0.

La bonne réponse est la réponse **D**.

7. On se ramène à une équation du type $ax = b$ en isolant les « x » dans le membre de

gauche et les « non x » dans le membre de droite.

$$(x + 5) - (9x - 9) = 0$$

$$1x + 5 - 9x + 9 = 0$$

$$-8x + 14 = 0$$

$$-8x = -14$$

$$x = \frac{7}{4}$$

La solution de cette équation est $\frac{7}{4}$.

La bonne réponse est la réponse **B**.

8. On reconnaît une équation produit nul.

Un produit de facteurs est nul, si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

$$(2x + 8)(3x - 6) = 0$$

$$2x + 8 = 0 \text{ ou } 3x - 6 = 0$$

$$2x = -8 \text{ ou } 3x = 6$$

$$x = -4 \text{ ou } x = 2$$

Le produit de ces solutions est donc égal à : $(-4) \times 2 = -8$.

La bonne réponse est la réponse **A**.

9. L'équation $6x^2 + 8x - 1 = -1$ s'écrit $6x^2 + 8x = 0$.

En factorisant le premier membre (facteur commun x), on obtient $x(6x + 8) = 0$.

On reconnaît une équation produit nul dont les solutions sont : 0 et $\frac{-8}{6} = -\frac{4 \times 2}{3 \times 2} = -\frac{4}{3}$.

$$\mathcal{S} = \{0; -\frac{4}{3}\}$$

La bonne réponse est la réponse **B**.

10. L'équation est de la forme $X^2 = k$ avec $X = (x - 8)$ et $k = 7$.

Comme $k > 0$, les solutions de $(x - 8)^2 = 7$ sont données par les solutions de chacune des équations : $x - 8 = -\sqrt{7}$ et $x - 8 = \sqrt{7}$.

$x - 8 = -\sqrt{7}$ a pour solution $-\sqrt{7} + 8$ et $x - 8 = \sqrt{7}$ a pour solution $\sqrt{7} + 8$.

Ainsi, l'ensemble des solutions de l'équation est $S = \{-\sqrt{7} + 8; \sqrt{7} + 8\}$.

La bonne réponse est la réponse **C**.

11. De $3x + 6 = 14$, on obtient $x = \frac{8}{3}$.

$$\text{Ainsi } 7x - 1 = \frac{56}{3} - 1 = \frac{53}{3}$$

La bonne réponse est la réponse **D**.

Corrections du chapitre 15

Calcul Mental

1. $0,8 \times 9 = 7,2$

2. $12 - 9 \times 5 = -33$

3. 25 % de 24 = 6

Prendre 25 % de 24 revient à prendre le quart de 24.

Ainsi, 25 % de 24 est égal à $24 \div 4 = 6$.

4. $\frac{-7}{4} \times \frac{-4}{9} = \frac{7 \times 4}{9 \times 4} = \frac{7}{9}$

5. On a :

$$2 + \frac{3}{5} = \frac{2 \times 5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{10}{5} + \frac{3}{5} = \frac{13}{5}$$

6. $f(-1) = (-1)^2 + 3 \times (-1) + 1 = -1$
On a donc $f(-1) = -1$.

Exercices d'entraînement

1

$$-6x + 12 > 0$$

$$-6x > -12$$

1. $x < \frac{-12}{-6}$
 $x < 2$

L'ensemble de solutions est : $] -\infty ; 2[$.

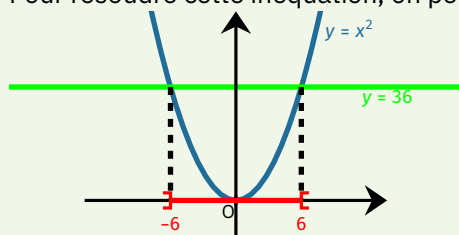
$$3x + 6 \leq 0$$

$$3x \leq -6$$

2. $x \leq \frac{-6}{3}$
 $x \leq -2$

L'ensemble de solutions est : $] -\infty ; -2]$.

3. Pour résoudre cette inéquation, on peut imaginer le graphique correspondant à la situation :



L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 < 36$ est : $] -6 ; 6[$.

4. ☒ V

☐ F

0 est solution car : $0 + 3 = 3$ et $3 > 2$.

5. Les solutions sont les antécédents (x) dont les images ($f(x)$) sont strictement négatives (signe - dans le tableau de signes).

Ainsi, $S =] -2 ; 6[$

6. Pour tout réel x , x^2 est positif.

Ainsi, pour tout réel x , $x^2 + 1$ est strictement positif.

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $\emptyset$.

7. $-9(x - 7)(x - 5) = -9(x - 7)(x - 5)$ est de la forme $a(x - x_1)(x - x_2)$ avec $a = -9$, $x_1 = 7$ et $x_2 = 5$. Cette forme est une expression factorisée d'un polynôme du second degré.

Cette expression est du signe de a sauf entre ses racines.

Ici, a est négatif, donc $-9(x-7)(x-5)$ est négatif sauf entre ses racines **5** et **7**.

On en déduit que l'ensemble des solutions est $] -\infty; 5[\cup] 7; +\infty[$.

8.

$$\begin{aligned}\frac{x+2}{-6} &\geq -1 \\ x+2 &\leq -1 \times (-6) \\ x+2 &\leq 6 \\ x &\leq 6-2 \\ x &\leq 4\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est donc $] -\infty; 4]$.

9. f est une fonction affine. Elle s'annule en $x_0 = 6$.

Comme $-1 < 0$, $f(x)$ est négatif pour $x > 6$ et positif pour $x < 6$.

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

10. ☐ Vrai

☒ Faux

$$5x + 30 > 0.$$

En ajoutant (-30) dans chaque membre, on obtient :

$$5x > -30$$

En divisant par 5 dans chaque membre, on obtient :

$$x > -6.$$

$5x + 30$ est strictement positif pour $x > -6$, il fallait donc cocher "**Faux**".

2

1. Pour $x = 6$, on obtient :

$$\begin{aligned}x^2 + x - 9 &= 6^2 + 6 - 9 \\ &= 33\end{aligned}$$

$$\text{Or } 33 \geq 31.$$

On en déduit que 6 est solution de l'inéquation.

2. • Pour $x = -6$, on obtient :

$$\begin{aligned}-3x^2 - 5x - 4 &= -3 \times (-6)^2 - 5 \times (-6) - 4 \\ &= -82\end{aligned}$$

• Pour $x = -6$, on obtient :

$$\begin{aligned}-3x + 1 &= -3 \times -6 + 1 \\ &= 19\end{aligned}$$

Comme $-82 \leq 19$, le nombre -6 est solution de l'inéquation.

3

1. $-8x + 2 \leq 0$

On soustrait 2 aux deux membres.

$$-8x + 2 - 2 \leq 0 - 2$$

$$-8x \leq -2$$

On divise les deux membres par -8.

Comme -8 est négatif, l'inégalité change de sens.

$$-8x \div (-8) \geq -2 \div (-8)$$

$$x \geq \frac{-2}{-8}$$

$$x \geq \frac{1}{4}$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est

$$S = \left[\frac{1}{4}; +\infty \right[.$$

2. $-9x \leq 1$

On divise les deux membres par -9.

Comme -9 est négatif, l'inégalité change de sens.

$$-9x \div (-9) \geq 1 \div (-9)$$

$$x \geq \frac{1}{-9}$$

$$x \geq -\frac{1}{9}$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est

$$S = \left[-\frac{1}{9}; +\infty \right[.$$

3. $8x - 4 > 0$

On ajoute 4 aux deux membres.

$$8x - 4 + 4 > 0 + 4$$

$$8x > 4$$

On divise les deux membres par 8.

$$8x \div 8 > 4 \div 8$$

$$x > \frac{4}{8}$$

$$x > \frac{1}{2}$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est

$$S = \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[.$$

4. $x + 1 < 12$

On soustrait 1 aux deux membres.

$$x + 1 - 1 < 12 - 1$$

$$x < 11$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est

$$S = \left] -\infty; 11 \right[.$$

5. $6x - 10 > 0$

On ajoute 10 aux deux membres.

$$6x - 10 + 10 > 0 + 10$$

$$6x > 10$$

On divise les deux membres par 6.

$$6x \div 6 > 10 \div 6$$

$$x > \frac{10}{6}$$

$$x > \frac{5}{3}$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est

$$S = \left] \frac{5}{3}; +\infty \right[.$$

6. $7x \leq 8$

On divise les deux membres par 7.

$$7x \div 7 \leq 8 \div 7$$

$$x \leq \frac{8}{7}$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est

$$S = \left] -\infty; \frac{8}{7} \right].$$

4

1. $-5x + 3 \geq -6x - 4$

On ajoute 6x aux deux membres.

$$-5x + 3 + 6x \geq -6x - 4 + 6x$$

$$x + 3 \geq -4$$

On soustrait 3 aux deux membres.

$$x + 3 - 3 \geq -4 - 3$$

$$x \geq -7$$

On divise les deux membres par 1.

$$x \div 1 \geq -7 \div 1$$

$$x \geq -7$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est

$$S = \left[-7; +\infty \right[.$$

2. $10x + 8 < 10$

On soustrait 8 aux deux membres.

$$10x + 8 - 8 < 10 - 8$$

$$10x < 2$$

On divise les deux membres par 10.

$$10x \div 10 < 2 \div 10$$

$$x < \frac{2}{10}$$

$$x < \frac{1}{5}$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est

$$S = \left] -\infty; \frac{1}{5} \right[.$$

3. $x - 5 \leq 9$

On ajoute 5 aux deux membres.

$$x - 5 + 5 \leq 9 + 5$$

$$x \leq 14$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est

$$S = \left] -\infty; 14 \right].$$

5

1. $(-6x + 3)(11x + 12) \leq 0$

$-6x + 3 > 0$ si et seulement si $x < \frac{1}{2}$.

$11x + 12 > 0$ si et seulement si $x > -\frac{12}{11}$.

On peut donc en déduire le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{12}{11}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$-6x + 3$	+	+	0	-	
$11x + 12$	-	0	+	+	
$(-6x + 3)(11x + 12)$	-	0	+	0	-

L'ensemble de solutions de l'inéquation est $S = \left] -\infty; -\frac{12}{11} \right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty \right[$.

2. $(-10x + 7)(4x + 11) > 0$

$-10x + 7 > 0$ si et seulement si $x < \frac{7}{10}$.

$4x + 11 > 0$ si et seulement si $x > -\frac{11}{4}$.

On peut donc en déduire le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{11}{4}$	$\frac{7}{10}$	$+\infty$	
$-10x + 7$	+	+	0	-	
$4x + 11$	-	0	+	+	
$(-10x + 7)(4x + 11)$	-	0	+	0	-

L'ensemble de solutions de l'inéquation est $S = \left] -\frac{11}{4}; \frac{7}{10} \right[$.

3. $(-5x - 11)(4x + 5) \geq 0$

$-5x - 11 > 0$ si et seulement si $x < -\frac{11}{5}$.

$4x + 5 > 0$ si et seulement si $x > -\frac{5}{4}$.

On peut donc en déduire le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{11}{5}$	$-\frac{5}{4}$	$+\infty$	
$-5x - 11$	+	0	-	-	
$4x + 5$	-	-	0	+	
$(-5x - 11)(4x + 5)$	-	0	+	0	-

L'ensemble de solutions de l'inéquation est $S = \left[-\frac{11}{5}; -\frac{5}{4} \right]$.

6

1. $f(x)$ est de la forme $ax + b$, f est donc une fonction affine avec pour coefficient directeur $a = 2$ (positif).

D'où, f est une fonction croissante, c'est-à-dire que lorsque x augmente, $f(x)$ augmente.

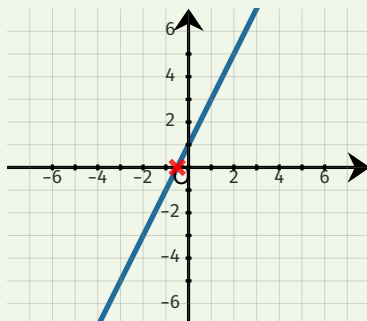
Par conséquent, les valeurs de $f(x)$ sont d'abord négatives puis positives.

De plus, $2x + 1 = 0 \iff x = -\frac{1}{2}$.

D'où le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x) = 2x + 1$		$- \quad 0 \quad +$	

Sur la figure ci-dessous, l'abscisse du point rouge est $-\frac{1}{2}$.



2. $f(x)$ est de la forme $ax + b$, f est donc une fonction affine avec pour coefficient directeur $a = -2$ (négatif).

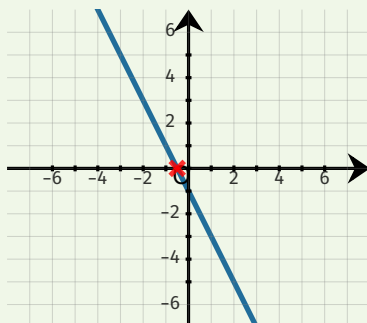
D'où, f est une fonction décroissante, c'est-à-dire que lorsque x augmente, $f(x)$ diminue.
Par conséquent, les valeurs de $f(x)$ sont d'abord positives puis négatives.

De plus, $-2x - 1 = 0 \iff x = -\frac{1}{2}$.

D'où le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x) = -2x - 1$		$+ \quad 0 \quad -$	

Sur la figure ci-dessous, l'abscisse du point rouge est $-\frac{1}{2}$.



3. $f(x)$ est de la forme $ax + b$, f est donc une fonction affine avec pour coefficient directeur $a = -4$ (négatif).

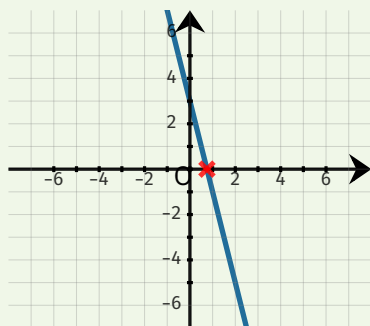
D'où, f est une fonction décroissante, c'est-à-dire que lorsque x augmente, $f(x)$ diminue.
Par conséquent, les valeurs de $f(x)$ sont d'abord positives puis négatives.

De plus, $-4x + 3 = 0 \iff x = \frac{3}{4}$.

D'où le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
$f(x) = -4x + 3$		$+ \quad 0 \quad -$	

Sur la figure ci-dessous, l'abscisse du point rouge est $\frac{3}{4}$.



4. $f(x)$ est de la forme $ax + b$, f est donc une fonction affine avec pour coefficient directeur $a = 2$ (positif).

D'où, f est une fonction croissante, c'est-à-dire que lorsque x augmente, $f(x)$ augmente.

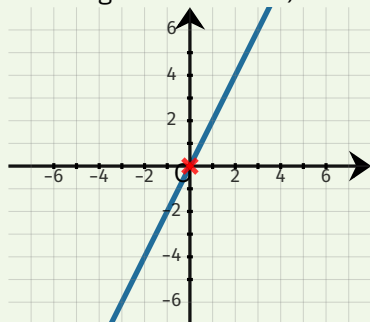
Par conséquent, les valeurs de $f(x)$ sont d'abord négatives puis positives.

De plus, $2x = 0 \iff x = 0$.

D'où le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) = 2x$	$-$	0	$+$

Sur la figure ci-dessous, l'abscisse du point rouge est 0.



QCM

1. On teste le nombre -1 dans chacune des inéquations proposées.

Dans l'inéquation $x^2 < 5x + 7$, on a :

Dans le membre de gauche, on obtient : $(-1)^2 = 1$

Dans le membre de droite, on obtient : $5 \times (-1) + 7 = 2$

On a bien : $1 < 2$

Ainsi, l'inéquation dont -1 est solution est $x^2 < 5x + 7$.

La bonne réponse est la réponse **B**.

$$2x - 6 < 0$$

$$2x < 6$$

- 2.
- $$x < \frac{6}{2}$$
- $$x < 3$$

L'ensemble de solutions est : $]-\infty; 3[$.

La bonne réponse est la réponse **B**.

3. $6x(x + 6)$ est un produit de deux fonctions affines.

L'équation $6x = 0$ a pour solution $x = 0$.

L'équation $x + 6 = 0$ a pour solution $x = -6$.
Le tableau de signe du produit $6x(x + 6)$ est :

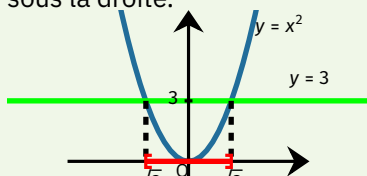
x	$-\infty$	-6	0	$+\infty$
6	$+$	$+$	$+$	
$x + 0$	$-$	0	$+$	
$x + 6$	$-$	$-$	0	$+$
$6x(x + 6)$	$+$	0	$-$	$+$

On en déduit que l'ensemble des solutions est $[-6; 0]$.

La bonne réponse est la réponse **D**.

4. Pour résoudre graphiquement cette inéquation :

- On trace la parabole d'équation $y = x^2$.
- On trace la droite horizontale d'équation $y = 3$. Cette droite coupe la parabole en $-\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}$.
- Les solutions de l'inéquation sont les abscisses des points de la courbe qui se situent sur ou sous la droite.

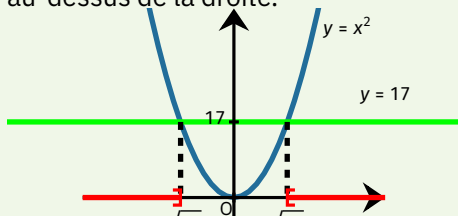


On en déduit que l'inéquation (I) est équivalente à : $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$.

La bonne réponse est la réponse **D**.

5. Pour résoudre graphiquement cette inéquation :

- On trace la parabole d'équation $y = x^2$.
- On trace la droite horizontale d'équation $y = 17$. Cette droite coupe la parabole en $-\sqrt{17}$ et $\sqrt{17}$.
- Les solutions de l'inéquation sont les abscisses des points de la courbe qui se situent sur ou au-dessus de la droite.

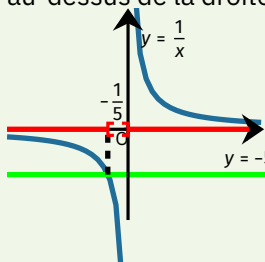


On en déduit que l'ensemble des solutions de l'inéquation (I) est : $S =]-\infty; -\sqrt{17}] \cup [\sqrt{17}; +\infty[$.

La bonne réponse est la réponse **C**.

6. Pour résoudre graphiquement cette inéquation :

- On trace l'hyperbole d'équation $y = \frac{1}{x}$.
- On trace la droite horizontale d'équation $y = -5$. Cette droite coupe l'hyperbole en un point dont l'abscisse est : $-\frac{1}{5}$.
- Les solutions de l'inéquation sont les abscisses des points de la courbe qui se situent strictement au-dessus de la droite.



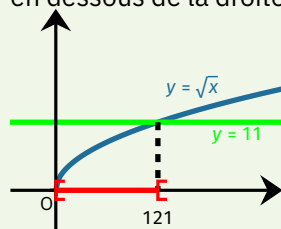
Comme la fonction inverse est définie sur $\mathbb{R}^*$, 0 est une valeur interdite et donc l'ensemble

des solutions de l'inéquation (I) est : $S =]-\infty; -\frac{1}{5}[\cup]0; +\infty[$.

La bonne réponse est la réponse **D**.

7. Pour résoudre graphiquement cette inéquation :

- On trace la courbe d'équation $y = \sqrt{x}$.
- On trace la droite horizontale d'équation $y = 11$. Cette droite coupe la courbe en $11^2 = 121$.
- Les solutions de l'inéquation sont les abscisses des points de la courbe qui se situent strictement en dessous de la droite.



Comme la fonction racine carrée est définie sur $[0; +\infty[$, l'ensemble des solutions de l'inéquation (I) est : $S = [0; 121[$.

La bonne réponse est la réponse **A**.

8. La fonction $f(x) = -2x - 6$ est une fonction affine de coefficient directeur $a = -2$ et d'ordonnée à l'origine $b = -6$.

- La fonction s'annule quand $-2x - 6 = 0$, soit $x = -3$.
- Comme $a = -2 < 0$, la fonction est décroissante : elle est positive avant la racine et négative après.

Le tableau de signes de la fonction f est donc le suivant :

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

La bonne réponse est la réponse **C**.

9. L'équation $8x + 40 = 0$ a pour solution $x = -5$.

L'équation $7x - 70 = 0$ a pour solution $x = 10$.

Le tableau de signe du produit $(8x + 40)(7x - 70)$ est :

x	$-\infty$	-5	10	$+\infty$	
$8x + 40$	-	0	+	+	
$7x - 70$	-	-	0	+	
$(8x + 40)(7x - 70)$	+	0	-	0	+

La bonne réponse est la réponse **A**.

Corrections du chapitre 16

Calcul Mental

1. $70 = 2 \times 5 \times 7$
2. $10^3 + 10^2 = 1\,000 + 100 = 1\,100$
3. On cherche un dénominateur commun (ici 12), puis on additionne les numérateurs :

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} + \frac{5 \times 2}{6 \times 2}$$

$$= \frac{3}{12} + \frac{10}{12}$$

$$= \frac{13}{12}$$
4. On factorise par 20,78 :
 $20,78 \times 102 - 20,78 \times 2 = 20,78 \times (102 - 2)$

$$= 20,78 \times 100 = 2\,078$$
5. La multiplication est prioritaire sur l'addition, donc :
 $2 + 7 \times 9 = 2 + 63 = 65$.
6. $8,008 \times 10 = 80,08$

Exercices d'entraînement

1

1. De la relation $4z - 3c = 3$, on déduit en ajoutant $3c$ dans chaque membre : $4z = 3 + 3c$
Puis, en divisant par 4, on obtient :
 $z = \frac{3 + 3c}{4}$.
2. On isole b dans un membre de l'égalité :
 $c = be + a$
 $c - a = be$
 $\frac{c - a}{e} = b$
Une expression de b en fonction de c , e et a est $b = \frac{c - a}{e}$.
3. De la relation $7x + 8c = 3$, on déduit en ajoutant $-7x$ dans chaque membre : $8c = 3 - 7x$
Puis, en divisant par 8, on obtient :
 $c = \frac{3 - 7x}{8}$.
4. Pour $x = 10$ et $y = 6$:
 $5xy + x + y = 5 \times 10 \times 6 + 10 + 6$
 $= 300 + 10 + 6$
 $= 316$
5. On isole c dans un membre de l'égalité :
 $a = \frac{c}{b}$
 $a \times b = c$
Une expression de c en fonction de a et b est $c = a \times b$.
6. On part de la formule : $P = 2(L + \ell)$.
En développant, on obtient : $P = 2L + 2\ell$.
En isolant $2L$, puis en divisant par 2, on obtient : $2L = P - 2\ell$ soit $L = \frac{P}{2} - \ell$.
7. On isole b dans un membre de l'égalité :
 $c = be + a$
 $c - a = be$
 $\frac{c - a}{e} = b$
Une expression de b en fonction de c , e et a est $b = \frac{c - a}{e}$.
8. Le périmètre P d'un cercle en fonction de son diamètre d est donné par $P = \pi \times d$ ou encore $P = \pi d$.
9. On isole c dans un membre de l'égalité :
 $a = \frac{c}{b}$
 $a \times b = c$
Une expression de c en fonction de a et b est $c = a \times b$.
10. On isole v dans un membre de l'égalité :
 $w = v \times u$
 $\frac{w}{u} = v$
Une expression de v en fonction de w et u est $v = \frac{w}{u}$.

2

1. Pour $x = 2$ et $y = 7$:
 $(7 + x) \times (8 - y) = (7 + 2) \times (8 - 7) = 9 \times 1 = 9$

2. Pour $x = 5$ et $y = 7$:

$$2 \times (x + 3y) = 2 \times (5 + 3 \times 7) = 2 \times (5 + 21) = 2 \times 26 = 52$$

3

1. L'aire A d'un carré en fonction de son côté c est donnée par $A = c^2$.

On isole c dans un membre de l'égalité :

$$A = c^2$$

$$\sqrt{A} = c$$

$$\text{Ainsi, } c = \sqrt{A}.$$

2. Le périmètre P d'un rectangle en fonction de sa longueur et de largeur est donné par $P = 2L + 2l$.

On isole L dans un membre de l'égalité :

$$P = 2L + 2l$$

$$P - 2l = 2L$$

$$\frac{P - 2l}{2} = L$$

$$\text{Ainsi, } L = \frac{P - 2l}{2} \text{ ou, par exemple } L = \frac{P}{2} - l.$$

4

1. On isole c dans un membre de l'égalité :

$$m = e - cf$$

$$m - e = -cf$$

$$-m + e = cf$$

$$\frac{-m + e}{f} = c$$

Une expression de c en fonction de m , e et f est $c = \frac{e - m}{f}$.

2. On isole t dans un membre de l'égalité :

$$u = (t + w)v$$

$$u = tv + wv$$

$$u - wv = tv$$

$$\frac{u - wv}{v} = t$$

Une expression de t en fonction de u , v et w est $t = \frac{u - w \times v}{v}$ ou plus simplement $t = \frac{u}{v} - w$.

QCM

1. On remplace a , b , c et d par les valeurs données :

$$F = \frac{1}{3} + \frac{7}{4 \times \frac{1}{4}}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{7}{1}$$

$$= \frac{1}{3} + 7$$

$$= \frac{22}{3}$$

La bonne réponse est la réponse **D**.



2. De la relation $4a + 5c = 7$, on déduit en ajoutant $-5c$ dans chaque membre : $4a = 7 - 5c$

Puis, en divisant par 4, on obtient : $a = \frac{7 - 5c}{4}$.

La bonne réponse est la réponse **B**.

3. On isole z dans un membre de l'égalité :

$$w = \frac{y + z}{x}$$

$$w \times x = y + z$$

$$w \times x - y = z$$

Une expression de z en fonction de w , y et x est $z = x \times w - y$.

La bonne réponse est la réponse **C**.

4. On isole u dans le premier membre :

$$\frac{6}{x} + \frac{1}{7} = \frac{5}{u}$$

$$\frac{42 + x}{7x} = \frac{5}{u}$$

$$u = \frac{5 \times 7x}{42 + x}$$

$$u = \frac{35x}{42 + x}$$

La bonne réponse est la réponse **D**.

5. On part de la formule : $F = I(1 + T)$.

En divisant les deux membres par I , on obtient : $\frac{F}{I} = 1 + T$.

En isolant T , on obtient : $T = \frac{F}{I} - 1 = \frac{F - I}{I}$.

La bonne réponse est la réponse **A**.

6. On part de la formule : $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

En multipliant les deux membres par 3, on obtient : $3V = \pi r^2 h$.

En isolant h , on obtient : $h = \frac{3V}{\pi r^2}$.

La bonne réponse est la réponse **C**.

Corrections du chapitre 17

Calcul Mental

- $124 - 39 = 124 - 40 + 1 = 85$
- Deux nombres sont inverses l'un de l'autre lorsque leur produit vaut 1.
L'inverse de $\frac{5}{3}$ est $\frac{3}{5}$ car $\frac{5}{3} \times \frac{3}{5} = 1$.
- $1 + \frac{3}{4} = \frac{1 \times 4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$
- $(-6)^2 = (-6) \times (-6) = 36$
- $15 \text{ s} = \frac{1}{4} \text{ min} = 0,25 \text{ min}$.
Ainsi, $5 \text{ min } 15 \text{ s} = 5 \text{ min} + 0,25 \text{ min} = 5,25 \text{ min}$.
- 10 % de 53, c'est $\frac{10}{100} \times 53 = \frac{10 \times 53}{100} = \frac{530}{100} = 5,3$.

Exercices d'entraînement

1

- Bernard a acheté 100 g fruits de de moins que William, donc William en a acheté 100 g de plus que Bernard.
Or $100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg}$.
William a donc acheté $(3,7 + 0,1) \text{ kg}$ soit 3,8 kg de fruits.
Ensemble, ils ont donc acheté : $(3,7 + 3,8) \text{ kg}$ soit 7,5 kg de fruits.
- Comme $\frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$, il lui reste à parcourir $\frac{5}{8}$ de la distance.

- Puisqu'il y a 5 fois plus de garçons que de filles, le nombre de garçons est : 5×10 , soit 50.
Le nombre total d'adhérents dans ce club est donc $50 + 10$ soit 60.
- Il y a 12 garçons de plus que de filles, il y a donc 12 filles de moins que de garçons.
Il y a $(49 - 12)$ filles, soit 37 filles dans ce club.
Dans ce club, il y a donc au total $(37 + 49)$ soit 86 adhérents.
- Les 2 sections de tuyau ont une longueur de $2 \times 12,50$, soit 25 m.
Il reste alors : $90 - 25 = 65 \text{ m}$.
- On lui a rendu 20 €, donc les mangas ont coûté $(60 - 20) \text{ €}$, soit 40 €. Le prix d'un manga est 8 €, donc le nombre de mangas est donné par $40 \div 8 = 5$.
- Il faut partager le nombre de billes en 4.
 $24 \div 4 = 6$.
Benjamin aura donc 6 billes (sa sœur en aura 6×3 , soit 18).
- Dans un litre, il y a $5 \times 0,20$ litre . Dans 4 litres, il y a donc $20 \times 0,20$ litre . Elle pourra donc servir 20 verres.
- Il me restera 7 bonbons.
Mentalement :
On cherche un multiple de 9 inférieur à 79 (mais le plus grand possible). C'est 72.
Comme $79 = 72 + 7$, donc il me restera 7 bonbons.
Remarque : je pourrai faire 8 sacs complets.
- On calcule l'économie par le produit du nombre de litres achetés par l'économie par litre réalisée.
Comme 3 centimes est égal à 0,03 €, on obtient :
 $0,03 \times 50 = 1,5 \text{ €}$.

2

- Bernard va payer 2 fois le prix d'un crayon et 3 fois le prix d'une gomme.
C'est-à-dire $2 \times m + 3 \times g = 2m + 3g$.
Donc le prix total de l'achat est $2m + 3g$.
- Teresa va payer 5 fois le prix d'un marteau et 5 fois le prix d'une enclume.
C'est-à-dire $5 \times m + 5 \times e = 5m + 5e$.
Donc le prix total de l'achat est $5m + 5e$.
- Mehdi va payer 4 fois le prix d'une rose et 2 fois le prix d'une tulipe.

C'est-à-dire $4 \times r + 2 \times t = 4r + 2t$.
Donc le prix total de l'achat est $4r + 2t$.

4. Nassim va payer 1 fois le prix d'un roman et 2 fois le prix d'un manga.
C'est-à-dire $1 \times r + 2 \times m = r + 2m$.
Donc le prix total de l'achat est $r + 2m$.

3

Il s'agit d'un problème multiplicatif. Prendre une fraction d'une fraction revient à multiplier les deux fractions entre elles.

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \text{ d'eau restant le matin.}$$

$$\frac{5}{12} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{4} \text{ d'eau bue à midi.}$$

Finalement, $\frac{2}{5}$ d'eau bue le matin et $\frac{1}{4}$ d'eau bue à midi.

Réduisons les fractions au même dénominateur : $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ et $\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$.

Calculons la fraction d'eau qui reste dans la bouteille :

$$1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{4} = \frac{20}{20} - \frac{8}{20} - \frac{5}{20} = \frac{20 - 8 - 5}{20} = \frac{7}{20}$$

Conclusion : $\frac{7}{20}$ d'eau restant dans la bouteille.

Sachant qu'il y avait 80 cL, on peut calculer :

$$\frac{7}{20} \times 80 = 28 \text{ cL reste dans la bouteille.}$$

Conclusion : 28 cL reste dans la bouteille.

4

1. En notant x , le nombre de km parcourus, on a :

- Avec le tarif A, le prix à payer est : $0,33x + 20$;
- Avec le tarif B, le prix à payer est : $0,22x + 35$;

Les deux tarifs sont identiques lorsque : $0,33x + 20 = 0,22x + 35$.

On résout l'équation :

$$0,33x + 20 = 0,22x + 35$$

$$0,33x - 0,22x + 20 = 0,22x + 35 - 0,22x$$

$$0,11x + 20 = 35$$

$$0,11x + 20 - 20 = 35 - 20$$

$$0,11x = 15$$

$$\frac{0,11x}{0,11} = \frac{15}{0,11}$$

$$x \approx 136$$

C'est pour une distance d'environ 136 km que les deux tarifs sont identiques.

2. a. Le salaire du mois de janvier en fonction de x est : $x + 130$.

Le salaire du mois de février en fonction de x est : $\left(1 + \frac{3}{100}\right)x + 170 = 1,03x + 170$.

b. Globalement, le salaire au mois de février a augmenté de 100 € par rapport à celui du mois de janvier, cela signifie que le salaire du mois de janvier augmenté de 100 € est donc égal au salaire du mois de février.

Ainsi, $(x + 130) + 100 = 1,03x + 170$

On résout l'équation :

$$x + 230 = (1 + 0,03)x + 170$$

$$x + 230 = 1,03x + 170$$

$$x + 230 - 230 = 1,03x + 170 - 230$$

$$x = 1,03x - 60$$

$$x - 1,03x = 1,03x - 60 - 1,03x$$

$$\frac{-0,03x}{-0,03} = \frac{-60}{-0,03}$$

$$x = \frac{-60}{-0,03}$$

$$x = 2000$$

Puisque le salaire est composé du fixe et de la prime, le salaire de ce commercial au mois de janvier a été de : $2000 + 130$ €, soit 2130 €.

5

1. Posons x le prix d'un kilogramme de mangues.

L'énoncé se traduit par l'équation suivante :

$$4 \times x + 5,6 = 20$$

Réolvons cette équation :

Commençons par soustraire 5,6 des deux membres :

$$4 \times x + 5,6 - 5,6 = 20 - 5,6$$

$$4 \times x = 14,4$$

Divisons les deux membres par 4 :

$$x = \frac{14,4}{4} = 3,6.$$

Vérification :

$$\begin{aligned} 4 \times 3,6 + 5,6 &= 14,4 + 5,6 \\ &= 20 \end{aligned}$$

Le prix d'un kilogramme de mangues est donc de 3,60 €.

2. Posons x le nombre de places adultes vendues.

Comme les 2 900 places ont été vendues, le nombre de places enfants est : $2900 - x$.

Le calcul de la recette donne l'équation suivante.

$$x \times 11,80 + (2900 - x) \times 5,80 = 29\,834$$

Réolvons cette équation :

Commençons par développer et réduire le membre de gauche :

$$\begin{aligned} x \times 11,8 + (2900 - x) \times 5,8 &= 11,8x + 2900 \times 5,8 - 5,8x \\ &= 6x + 16\,820 \end{aligned}$$

Ainsi, l'équation devient : $6x + 16\,820 = 29\,834$.

Soustrayons 16 820 des deux membres :

$$6x = 29\,834 - 16\,820$$

$$6x = 13\,014$$

Divisons les deux membres par 6 :

$$x = \frac{13\,014}{6} = 2\,169.$$

Vérification :

$$\begin{aligned} 2\,169 \times 11,8 + (2\,900 - 2\,169) \times 5,8 &= 25\,594,2 + 731 \times 5,8 \\ &= 25\,594,2 + 4\,239,8 \\ &= 29\,834 \end{aligned}$$

Il y a donc eu 2 169 adultes au spectacle.

6

1. Soit x le prix du tarif enfant.

Le prix du tarif adulte est donc $x + 5$.

On calcule la recette totale :

$$46x + 53(x + 5) = 760$$

$$46x + 53x + 265 = 760$$

$$99x = 495$$

$$x = 5$$

Le prix du tarif enfant est 5 €.

2. Soit x le nombre de motos.
et $39 - x$ le nombre de voitures.

Chaque moto a 2 roues et chaque voiture a 4 roues.

On écrit l'équation :

$$2x + 4(39 - x) = 120$$

$$2x + 156 - 4x = 120$$

$$156 - 2x = 120$$

$$-2x = -36$$

$$x = 18$$

Il y a 18 motos et 21 voitures.

QCM

1. Le matin, Manon a bu $\frac{1}{3}$ de la bouteille. Il reste alors $\frac{2}{3}$ de la bouteille.

À midi, elle a bu $\frac{1}{4}$ du reste.

Comme $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{12}$, elle a bu $\frac{2}{12}$ ou $\frac{1}{6}$ de la bouteille à midi.

La bonne réponse est la réponse **B**.

2. En février, elle rembourse $\frac{1}{3}$ de ce qu'elle a remboursé en janvier.

Elle rembourse donc $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ du crédit total.

Au total, en janvier et février, elle aura remboursé : $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ du crédit.

Il lui restera à rembourser en mars : $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ du crédit.

3. En notant D la dépense totale, Alice a dépensé $\frac{3}{7}D$ et Louis, $\frac{4}{7}D$.

Leur participation équilibrée doit être de $\frac{1}{2}D$ chacun.

Alice doit donc donner à Louis la somme de $\frac{1}{2}D - \frac{3}{7}D = \frac{1}{14}D$.

La fraction de la dépense totale que Alice doit donner à Louis est donc $\frac{1}{14}$.

4. La facture s'élève à 318,2 € pour une consommation de 74 m³.

En notant a le prix du mètre cube, on obtient :

$$62,9 + a \times 74 = 318,2$$

$$a = \frac{318,2 - 62,90}{74}$$

5. La puissance de l'appareil est de 3 000 W, soit 3 kW.

La durée d'utilisation est de 10 minutes, soit $\frac{1}{6}$ heure.

L'énergie consommée est donc : $3 \times \frac{1}{6} = 0,5$ kWh.

Le coût de la consommation est : $0,5 \times 0,2 = 0,1$ €, soit **0,1 €**.

6. On note a le montant de l'abonnement mensuel et p le prix d'une séance.

D'après le premier ticket : $a + 4 \times p = 27$ soit $a + 4p = 27$.

D'après le second ticket : $a + 5 \times p = 31$ soit $a + 5p = 31$

En faisant la différence entre ces deux montants, on obtient :

$$5p - 4p = 4 \text{ soit } 1p = 4.$$

Donc le montant pour 1 séance est : $p = 4$ €.

On peut alors calculer le montant de l'abonnement mensuel :

$$a = 27 - 4 \times 4 = 27 - 16 = 11 \text{ €}.$$

Le montant de l'abonnement mensuel est donc de **11 €**.

7. Prix sans réduction : 6x

Réduction : 1,5 €

Prix payé : $6x - 1,5 = 6,3$

L'équation qui modélise la situation est $6x - 1,5 = 6,3$.

8. Après avoir payé un acompte de $\frac{3}{8}$ du prix du vélo, Béatrice doit encore payer : $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ du prix du vélo.

Ce reste est divisé en 4 paiements égaux.

Diviser par 4 revient à multiplier par $\frac{1}{4}$ donc, chaque paiement représente $\frac{5}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{32}$ du prix du vélo.

9. Pour trouver la masse de 500 mL d'huile, on utilise la proportionnalité :

500 mL = 0,5 L

La masse d'un litre est de 860 g.

Pour 500 mL (soit un demi-litre), on divise par 2 :

$860 \div 2 = 430$ g

La masse obtenue est 430 g.

Pour convertir en kg : $430 \text{ g} = 0,43 \text{ kg}$

La bonne réponse est donc : $0,43 \text{ kg}$.

Corrections du chapitre 18

Calcul Mental

1. $\frac{10^3}{10^5} = \frac{1}{10^2} = 0,01$

2. Pour soustraire des fractions, on les met au même dénominateur.
Ainsi,

$$\begin{aligned}\frac{3}{8} - \frac{1}{32} &= \frac{3 \times 4}{8 \times 4} - \frac{1}{32} \\ &= \frac{12}{32} - \frac{1}{32} \\ &= \frac{12-1}{32} \\ &= \frac{11}{32}\end{aligned}$$

Par conséquent, $\frac{3}{8} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}$.

3. Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse. L'inverse de $\frac{2}{3}$ est $\frac{3}{2}$.
Ainsi,

$$\begin{aligned}\frac{4}{7} \div \frac{2}{3} &= \frac{4}{7} \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{4 \times 3}{7 \times 2} \\ &= \frac{12}{14}\end{aligned}$$

Ainsi, $\frac{4}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{6}{7}$

4. $\frac{3}{8}$ de 48 est égal à $\frac{3}{8} \times 48$.
$$\begin{aligned}\frac{3}{8} \times 48 &= 3 \times (48 \div 8) \\ &= 3 \times 6 \\ &= 18\end{aligned}$$

5. Le prix a baissé de 18 € sur un prix de départ de 60 €.
10 % de 60 € est égal à 6 €, donc 18 € représente 30 % du prix de départ.
Le prix a baissé de 30 %.
6. Le nombre qui multiplié par 6 donne 33 est 5,5.

Exercices d'entraînement

1

1. Pour lire l'image de 2, on place la valeur de 2 sur l'axe des abscisses (axe de lecture des antécédents) et on lit son image sur l'axe des ordonnées (axe de lecture des images). On obtient : $f(2) = -1$
2. $u(x) = -6x$ donc ici on a : $u(-6) = -6 \times (-6) = 36$.
3. Comme $h(x) = 3x + 4$, on a :
$$\begin{aligned}h(-7) &= 3 \times (-7) + 4 \\ &= -21 + 4 \\ &= -17\end{aligned}$$
4. $p(x) = 4x$.

L'antécédent de 12 est le nombre x qui a pour image 12. On cherche donc x tel que :

$$\begin{aligned}4x &= 12 \\ \text{soit } x &= \frac{12}{4} = 3.\end{aligned}$$

5. L'antécédent de -42 est le nombre x qui a pour image -42.
On cherche donc x tel que :
$$\begin{aligned}-9x + 3 &= -42 \\ \text{On obtient } x &= \frac{-42 - 3}{-9} = 5.\end{aligned}$$
6. Déterminer les antécédents de 1 revient à déterminer les nombres qui ont pour image 1.
On part de 1 sur l'axe des ordonnées et on lit les antécédents (éventuels) sur l'axe des abscisses.
On en trouve 3 : -1 ; 1 ; 6.

7. Comme $u(x) = x + 2$, on a :

$$\begin{aligned} u\left(\frac{3}{5}\right) &= \frac{3}{5} + 2 \\ &= \frac{3}{5} + 2 \\ &= \frac{13}{5} \end{aligned}$$

8. On a :

$$\begin{aligned} f(-2) &= (2 \times (-2) - 1)(3 \times (-2) - 3) \\ &= (-4 - 1)(-6 - 3) \\ &= -5 \times (-9) = 45 \end{aligned}$$

Mentalement :

On commence par "calculer" la première parenthèse : $2 \times (-2) - 1 = -5$.

Puis la deuxième : $3 \times (-2) - 3 = -9$.

On fait le produit des nombres obtenus : $-5 \times (-9) = 45$.

9. $f(-2) = \frac{-2-5}{4 \times (-2) - 6} = \frac{-7}{-14} = \frac{1 \times 7}{2 \times 7} = \frac{1}{2}$.

Ainsi, $f(-2) = \frac{1}{2}$.

Mentalement :

On calcule le numérateur et le dénominateur pour $x = -2$, soit $1 \times (-2) - 5 = -7$ et $4 \times (-2) - 6 = -14$.

On obtient le quotient que l'on simplifie éventuellement : $\frac{1}{2}$.

10. Dans l'écriture $g(a) = b$, on peut dire que :

- b est l'image de a par la fonction g ;
 - a est un antécédent de b par la fonction g .
- Ainsi, le nombre image est -5 .

2

a. L'image de -3 est -2 , on note $f(-3) = -2$.

b. L'image de 2 est 1 , on note $f(2) = 1$.

c. 2 a pour unique antécédent 1 , on note $f(1) = 2$.

d. 0 a deux antécédents -1 et 3 , on note $f(-1) = f(3) = 0$.

3

1. On calcule l'image de -2 en remplaçant x par -2 dans l'expression de u :

$$\begin{aligned} u(-2) &= 3 \times (-2)^2 + 3 \times (-2) + 6 \\ &= 3 \times 4 - 6 + 6 \\ &= 12 - 6 + 6 \\ &= 12 \end{aligned}$$

2. On cherche s'il existe $x \in \mathbb{R}^*$ tel que $h(x) = \frac{1}{3}$.

$$\frac{-3}{x} - 6 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{-3}{x} - 6 + 6 = \frac{1}{3} + 6$$

$$\frac{-3}{x} = \frac{19}{3}$$

$$x \times 19 = -3 \times 3$$

$$x = \frac{-9}{19} = -\frac{9}{19}$$

L'antécédent de $\frac{1}{3}$ est $-\frac{9}{19}$.

3. On cherche x tel que $g(x) = \frac{1}{5}$.

$$4x - 7 = \frac{1}{5}$$

$$4x - 7 + 7 = \frac{1}{5} + 7$$

$$4x = \frac{36}{5}$$

$$x = \frac{36}{20} = \frac{9 \times 4}{5 \times 4} = \frac{9}{5}$$

L'antécédent de $\frac{1}{5}$ est $\frac{9}{5}$.

4

1. $f(2) = (2 \times 2 + 3)(3 \times 2 - 1) = (4 + 3)(6 - 1) = 7 \times 5 = 35$
2. $g(2) = -7 \times 2 - 11 = -14 - 11 = -25$
3. $h(-11) = \frac{10 \times (-11) + 10}{8 \times (-11) + 2} = \frac{-110 + 10}{-88 + 2} = \frac{-100}{-86} = \frac{50}{43}$

QCM

1. Pour lire l'image de -1 , on place la valeur de -1 sur l'axe des abscisses (axe de lecture des antécédents) et on lit son image sur l'axe des ordonnées (axe de lecture des images). On obtient : $f(-1) = -3$
La bonne réponse est la réponse **C**.
2. Déterminer les antécédents de -2 revient à déterminer les nombres qui ont pour image -2 .
On part de -2 sur l'axe des ordonnées et on lit les antécédents (éventuels) sur l'axe des abscisses.
On en trouve 2 : -5 ; -1 .
La bonne réponse est la réponse **D**.
3. Les images se lisent sur l'axe des ordonnées et les antécédents sur l'axe des abscisses.
Ainsi, on peut dire que :
 - 0 est l'image de -2 ,
 - un antécédent de 0 est -2 ,
 - -2 est un antécédent de 0,
 - l'image de -2 est 0,
 - -2 a pour image 0,
 - **0 a pour antécédent -2 .**
4. D'après le graphique, on lit :
 $f(-2) = 1$ et $f(-1) = 0$.
Donc $f(-2) + f(-1) = 1 + 0 = 1$.
5. On a :

$$f(-4) = (-4)^2 + (-4) + 2$$

$$= 16 + (-4) + 2$$

$$= 14$$
 Mentalement :
 On commence par calculer le carré de -4 , soit $(-4)^2 = 16$.
 On ajoute -4 soit $16 + (-4) = 12$.
 Pour finir, on ajoute 2, ce qui donne $12 + 2$, soit 14.

 La bonne réponse est la réponse **D**.
6. $f(4) = 2 - \frac{1}{2}(4 - 5)^2$

$$= 2 - \frac{1}{2} \times 1$$

$$= \frac{3}{2}$$
 L'image de 4 par la fonction f est : $\frac{3}{2}$.
7. On remplace x par $-\frac{5}{4}$ dans l'expression de f :

$$\begin{aligned}
 f\left(-\frac{5}{4}\right) &= -\left(-\frac{5}{4}\right)^2 + 4 \times \left(-\frac{5}{4}\right) + 2 \\
 &= -\frac{25}{16} - \frac{20}{4} + 2 \\
 &= -\frac{25}{16} - \frac{20}{4} + 2 \\
 &= \frac{-25 - 80 + 32}{16} \\
 &= -\frac{73}{16}
 \end{aligned}$$

L'image de $-\frac{5}{4}$ par la fonction f est : $-\frac{73}{16}$.

8. Pour trouver un antécédent de 0, il suffit de tester chaque proposition en calculant son image :

• Pour $x = -5$:

$$f(-5) = 3 \times (-5)^2 + 21 \times (-5) + 30 = 0$$

• Pour $x = 30$:

$$f(30) = 3 \times 30^2 + 21 \times 30 + 30 = 3\,360$$

• Pour $x = -7$:

$$f(-7) = 3 \times (-7)^2 + 21 \times (-7) + 30 = 30$$

• Pour $x = -3$:

$$f(-3) = 3 \times (-3)^2 + 21 \times (-3) + 30 = -6$$

Donc, un antécédent de 0 par la fonction f est : -5 .

9. Comme $w(x) = \frac{3}{2}x + 3$, on a :

$$\begin{aligned}
 w(-5) &= \frac{3}{2} \times (-5) + 3 \\
 &= -\frac{15}{2} + 3 \\
 &= -\frac{9}{2}
 \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **C**.

Corrections du chapitre 19

Calcul Mental

1. Pour trouver le nombre manquant, on peut calculer $100 - 39 = 61$.

2. $\frac{1}{5}$ d'heure = $\frac{1}{5} \times 60 \text{ min} = 12 \text{ min}$

3. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, donc $0,308 \text{ m} = 30,8 \text{ cm}$.

$$\begin{aligned} \frac{7}{3} - \frac{1}{6} &= \frac{14}{6} - \frac{1}{6} \\ 4. \quad &= \frac{14-1}{6} \\ &= \frac{13}{6} \end{aligned}$$

5. $-15 + 11 = -4$

6. On calcule la moyenne en divisant la somme des 3 nombres par 3 :

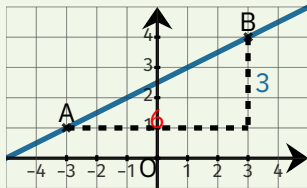
$$\frac{27 + 9 + 9}{3} = 15$$

Exercices d'entraînement

1

1. Le coefficient directeur m de la droite (AB) est donné par :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4 - 1}{3 - (-3)} = \frac{3}{6} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{1}{2}.$$



2. La valeur de b est donnée par l'image de 0 par la fonction f .

On lit $f(0) = 3$. D'où, $b = 3$.

On obtient alors $f(x) = -2x^2 + 3$.

3. On reconnaît l'équation réduite d'une droite de la forme $y = mx + p$ où m est son coefficient directeur.

Ici, $m = \frac{1}{6}$ et $p = -3$.

4. L'ordonnée de ce point est 0 puisque le point d'intersection se situe sur l'axe des abscisses.

Son abscisse est donc donnée par la solution de l'équation $-7x + 7 = 0$, c'est-à-dire $x = 1$.

Les coordonnées de ce point sont donc : $(1; 0)$.

5. La valeur de a s'obtient (par exemple) grâce à l'image de 1 par la fonction f .

On lit $f(1) = 2$. D'où, $a \times 1^2 + 3 = 2$, soit $a = -1$.

Ainsi, $f(x) = -x^2 + 3$.

6. Le point A est le point d'intersection entre la droite D et l'axe des ordonnées, donc l'ordonnée à l'origine de la droite D est -5 .

Comme le coefficient directeur de la droite D est $-0,9$, l'équation réduite de la droite D est $y = -0,9x - 5$.

L'ordonnée du point B est donnée par $y = -0,9 \times 1 - 5 = -5,9$.

7. Puisque le point d'intersection se situe sur l'axe des ordonnées, son abscisse est nulle ($x = 0$).

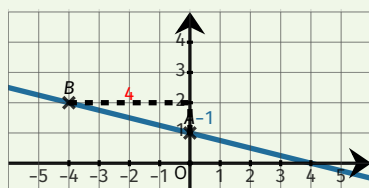
Son ordonnée est donc la solution de l'équation : $5y - 5 = 0$, c'est-à-dire $y = 1$.

Les coordonnées de ce point sont donc : $(0; 1)$.

8. Le coefficient directeur m de la droite (AB) est donné par :

$$m = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}.$$

Son ordonnée à l'origine est 1, ainsi l'équation réduite de la droite est $y = -\frac{1}{4}x + 1$.



9. Comme $B(\underbrace{5}_x; \underbrace{-9}_y)$ est sur la droite, ses coordonnées vérifient l'équation de la droite :

$$-9 = -1 \times 5 + p$$

$$-9 = -5 + p$$

$$p = -4$$

10. Puisque 7 est l'abscisse de ce point, son ordonnée est donnée par :

$$y = 6 \times 7 + 10 = 42 + 10 = 52.$$

Les coordonnées du point sont donc : $(7; 52)$.

2

1. w est une fonction affine (non constante), donc il existe un unique point dont l'ordonnée est 44. Puisque le point T appartient à $\mathcal{C}$, son abscisse est l'antécédent de son ordonnée.

On cherche donc x tel que $w(x) = 44$, c'est-à-dire $-5x + 4 = 44$.

$$-5x + 4 = 44$$

$$-5x + 4 - 4 = 44 - 4$$

$$-5x = 40$$

$$x = \frac{40}{-5}$$

$$x = -8$$

L'abscisse du point T est -8 .

2. Puisque le point R appartient à $\mathcal{C}$, son ordonnée est l'image de son abscisse.

$$v(9) = 2 \times 9 - 1 = 17.$$

L'ordonnée du point R est 17 .

3

1. Puisque le point N appartient à $\mathcal{C}$, son ordonnée est l'image de son abscisse.

$$h\left(\frac{1}{5}\right) = -3 \times \frac{1}{5} - 2 = -3 \times \frac{1}{5} - \frac{10}{5} = \frac{-3 \times 1 - 10}{5} = \frac{-13}{5} = -\frac{13}{5}.$$

L'ordonnée du point N est $-\frac{13}{5}$.

2. w est une fonction affine (non constante), donc il existe un unique point dont l'ordonnée est $\frac{4}{9}$.

Puisque le point P appartient à $\mathcal{C}$, son abscisse est l'antécédent de son ordonnée.

On cherche donc x tel que $w(x) = \frac{4}{9}$, c'est-à-

$$\text{dire } 4x + 7 = \frac{4}{9}.$$

$$4x + 7 = \frac{4}{9}$$

$$4x + 7 - 7 = \frac{4}{9} - 7$$

$$4x = \frac{4}{9} - \frac{63}{9}$$

$$4x = \frac{-59}{9}$$

$$4x \div 4 = \frac{-59}{9} \div 4$$

$$x = \frac{-59}{36} = -\frac{59}{36}$$

L'abscisse du point P est $-\frac{59}{36}$.

4

1. Puisque le point P appartient à $\mathcal{C}$, son ordonnée est l'image de son abscisse.

$$f\left(\frac{4}{7}\right) = \frac{6}{4} - 2 = 6 \times \frac{7}{4} - 2 = \frac{21}{2} - 2 = \frac{17}{2}$$

L'ordonnée du point P est $\frac{17}{2}$.

2. Si un point de $\mathcal{C}$ a pour ordonnée -86 , son abscisse est un antécédent de -86 .
On cherche donc x tel que $g(x) = -86$, c'est-à-dire $-9x^2 + 4 = -86$.
On résout cette équation en isolant le carré, c'est-à-dire en l'écrivant $x^2 = 10$.
Cette équation a deux solutions : $-\sqrt{10}$ et $\sqrt{10}$.
On en déduit qu'il existe deux points de $\mathcal{C}$ ayant pour ordonnée -86 .
Les abscisses de ces points sont : $-\sqrt{10}$ et $\sqrt{10}$.

5

1. On remplace x et y par les coordonnées du point $C(4; 0)$:

$$5 \times 4 + 4 \times 0 + 13 = 33 \neq 0$$

L'équation n'est pas vérifiée, donc **C n'appartient pas à la droite (d)**.

2. On remplace x et y par les coordonnées du point $E(9; 10)$:

$$-1 \times 9 + 3 \times 10 - 21 = 0$$

L'équation est vérifiée, donc **E appartient à la droite (d)**.

6

1. On observe que $x_B \neq x_A$.

La droite (AB) n'est donc pas verticale.

On peut donc calculer le coefficient directeur m de la droite.

$$\text{On sait d'après le cours : } m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

On applique avec les données de l'énoncé :

$$m = \frac{-5 - (-2)}{3 - 1} = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}.$$

2. On observe que $x_B \neq x_A$.

La droite (AB) n'est donc pas verticale.

On peut donc calculer le coefficient directeur m de la droite.

$$\text{On sait d'après le cours : } m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

On applique avec les données de l'énoncé :

$$m = \frac{0 - 5}{5 - (-5)} = \frac{-5}{10} = -\frac{1}{2}.$$

3. On observe que $x_B \neq x_A$.

La droite (AB) n'est donc pas verticale.

On peut donc calculer le coefficient directeur m de la droite.

$$\text{On sait d'après le cours : } m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

On applique avec les données de l'énoncé :

$$m = \frac{-1 - 4}{-5 - 3} = \frac{-5}{-8} = \frac{5}{8}.$$

4. On observe que $x_B = x_A$.

La droite (AB) est donc verticale.

Elle n'admet donc **aucun** coefficient directeur.

7

1. On observe que $x_B \neq x_A$.
La droite (AB) a donc une équation du type $y = mx + p$.

On commence par calculer le coefficient directeur m :

$$\text{On sait d'après le cours : } m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

On applique avec les données de l'énoncé :

$$m = \frac{5 - 3}{-4 - 7} = \frac{2}{-11} = -\frac{2}{11}.$$

L'équation de la droite (AB) est donc de la forme : $y = -\frac{2}{11}x + p$

Comme $A \in (AB)$, les coordonnées du point A vérifient l'équation, donc :

$$3 = -\frac{2}{11} \times 7 + p$$

$$\Leftrightarrow p = 3 + \frac{2}{11} \times 7$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{47}{11}$$

$$\text{Au final, } (AB) : y = -\frac{2}{11}x + \frac{47}{11}.$$

2. On observe que $x_B \neq x_A$.

La droite (AB) a donc une équation du type $y = mx + p$.

On commence par calculer le coefficient directeur m :

$$\text{On sait d'après le cours : } m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

On applique avec les données de l'énoncé :

$$m = \frac{3 - (-6)}{-1 - 2} = \frac{9}{-3} = -3.$$

L'équation de la droite (AB) est donc de la forme : $y = -3x + p$

Comme $A \in (AB)$, les coordonnées du point A vérifient l'équation, donc :

$$-6 = -3 \times 2 + p$$

$$\Leftrightarrow p = -6 + 3 \times 2$$

$$\Leftrightarrow p = 0$$

$$\text{Au final, } (AB) : y = -3x.$$

8

On sait que l'équation réduite d'une droite non verticale est de la forme : $y = ax + b$ avec a et b deux réels non tous deux nuls.

Le premier coefficient à lire graphiquement est b , l'ordonnée à l'origine de la droite.

C'est l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées.

On lit ici que le point $(0; -4) \in (d)$.

On peut alors conclure que l'ordonnée à l'origine est : $b = -4$.

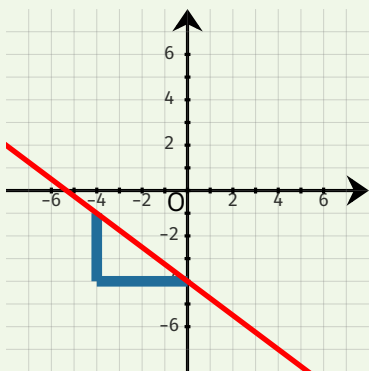
On peut lire ensuite le coefficient directeur a de la droite (d) .

$$\text{On sait que } a = \frac{\text{Dénivelé vertical}}{\text{Déplacement horizontal}}.$$

On cherche un déplacement horizontal correspondant à un déplacement vertical entier.

On lit que pour un déplacement vers la droite de -4 unités, il faut monter de 3 unités et donc $a = \frac{3}{-4}$

On peut en déduire que l'équation réduite de la droite (d) est : $y = -\frac{3}{4}x - 4$.

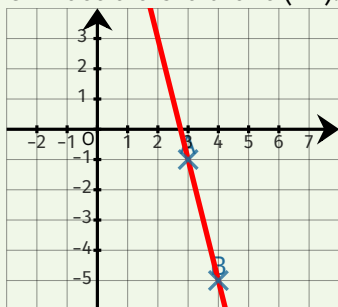


9

On commence par placer le point A de coordonnées $(3; -1)$.

À partir de ce point, on se décale d'une unité vers la droite, puis on descend de 4 unités pour obtenir un coefficient directeur de -4.

On obtient alors le point B .
On trace alors la droite (AB) .

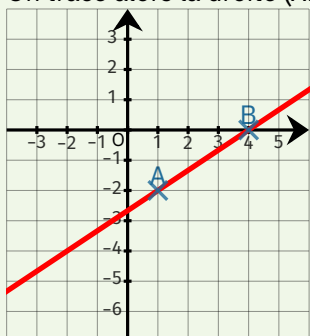


10

On commence par placer le point A de coordonnées $(1 ; -2)$.

À partir de ce point, on se décale de 3 unités vers la droite, puis on monte de 2 unités pour obtenir un coefficient directeur de $\frac{2}{3}$.

On obtient alors le point B .
On trace alors la droite (AB) .



QCM

1. On observe sur le graphique que le coefficient directeur est négatif (D représente une fonction affine décroissante) et que l'ordonnée à l'origine est strictement négative (D coupe l'axe des ordonnées en dessous de l'origine).

On écrit les équations qui ne sont pas sous forme réduite, sous forme réduite :

- $y = x^2 - (x + 2)^2 + 1$ s'écrit $y = -x - 3$.
- $y = x - 3$ est sous forme réduite.
- $3x - 3y - 9 = 0$ s'écrit $y = x - 3$.
- $y = -x + 3$ est sous forme réduite.

La seule équation ayant un coefficient directeur négatif et une ordonnée à l'origine négative est :

$$y = x^2 - (x + 2)^2 + 1.$$

La bonne réponse est la réponse **C**.

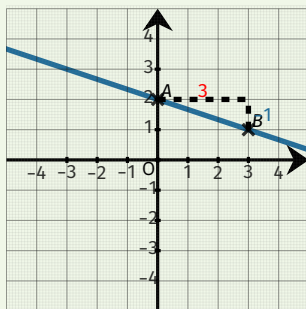
2. L'ordonnée de ce point est 0 puisque le point d'intersection se situe sur l'axe des abscisses. Son abscisse est donc donnée par la solution de l'équation $6x + 24 = 0$, c'est-à-dire $x = -4$. Les coordonnées de ce point sont donc : $(-4 ; 0)$. La bonne réponse est la réponse **D**.

3. En prenant deux points A et B sur la droite, on obtient le coefficient directeur :

$$m = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}.$$

L'ordonnée à l'origine est $p = 2$.

L'équation réduite de la droite est donc : $y = -\frac{1}{3}x + 2$.



On a :

$$y = -\frac{1}{3}x + 2$$

$$\frac{1}{3}x + y - 2 = 0$$

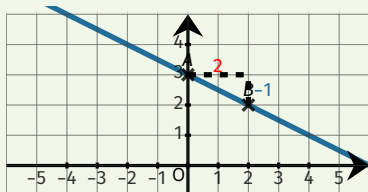
$x + 3y - 6 = 0$ (en multipliant par 3)

La bonne réponse est la réponse **C**.

4. Le coefficient directeur m de la droite (AB) est donné par :

$$m = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}.$$

Son ordonnée à l'origine est 3, ainsi l'équation réduite de la droite est $y = -\frac{1}{2}x + 3$.



La bonne réponse est la réponse **B**.

5. On cherche d'abord la valeur de b en utilisant la condition donnée dans l'énoncé.

$A(5; 27)$ appartient à $\mathcal{D}$ signifie que $g(5) = 27$.

$$g(5) = 27$$

$$5 \times 5 + b = 27$$

$$25 + b = 27$$

$$b = 27 - 25$$

$$b = 2$$

On a donc $g(x) = 5x + 2$.

L'image de 4 par cette fonction correspond à l'ordonnée du point de $\mathcal{D}$ dont l'abscisse est 4 :

$$g(4) = 5 \times 4 + 2$$

$$= 20 + 2$$

$$= 22$$

La bonne réponse est la réponse **D**.

6. Le point A est le point d'intersection entre la droite D et l'axe des ordonnées, donc l'ordonnée à l'origine de la droite D est 1.

Comme le coefficient directeur de la droite D est 0,1, l'équation réduite de la droite D est $y = 0,1x + 1$.

L'ordonnée du point B est donnée par $y = 0,1 \times 3 + 1 = 1,3$.

La bonne réponse est la réponse **B**.

7. Les coefficients directeurs de (D) et (D') étant différents, les droites ne sont pas parallèles.

Les deux droites (D) et (D') sont donc sécantes, et l'abscisse x de leur point d'intersection est solution de l'équation : $-4x - 4 = 4x - 5$.

$$-4x - 4 = 4x - 5$$

$$-8x = -1$$

$$x = \frac{1}{8}$$

En utilisant l'équation de la droite (D), l'ordonnée y du point d'intersection de (D) et (D') est alors égale à $y = -4 \times \frac{1}{8} - 4 = -\frac{9}{2}$ (ou, en utilisant l'équation de (D'), $y = 4 \times \frac{1}{8} - 5 = -\frac{9}{2}$).

Le produit des coordonnées du point d'intersection est donc donné par $x \times y = \frac{1}{8} \times \left(-\frac{9}{2}\right)$, soit un produit égal à $-\frac{9}{16}$.

La bonne réponse est la réponse **B**.

8. On commence par déterminer l'équation réduite de la droite (D).

Son coefficient directeur est $\frac{1}{6}$ et son ordonnée à l'origine est 3.

L'équation réduite de (D) est : $y = \frac{1}{6}x + 3$.

L'ordonnée du point de (D) d'abscisse 90 est donnée par : $y = \frac{1}{6} \times 90 + 3$, ce qui donne $y = \frac{90}{6} + 3 = \frac{108}{6} = \frac{18 \times 6}{1 \times 6} = 18$.

L'ordonnée du point de (D) d'abscisse 90 est **18**.

La bonne réponse est la réponse **A**.

9. On commence par déterminer l'équation réduite de la droite (D).

Son coefficient directeur est $\frac{2}{3}$ et son ordonnée à l'origine est 3.

L'équation réduite de (D) est : $y = \frac{2}{3}x + 3$.

L'ordonnée du point de (D) d'abscisse 51 est donnée par : $y = \frac{2}{3} \times 51 + 3$, ce qui donne

$$y = \frac{102}{3} + 3 = 34 + 3 = 37.$$

L'ordonnée du point de (D) d'abscisse 51 est 37.

On a $39 > 37$, donc **le point A est situé au-dessus de la droite (D)**.

La bonne réponse est la réponse **A**.

10. On calcule l'image de -2 par la fonction f :

$$\begin{aligned} f(-2) &= 2 \times (-2)^2 - 4 \times (-2) + 5 \\ &= 8 + 8 + 5 \\ &= 21 \end{aligned}$$

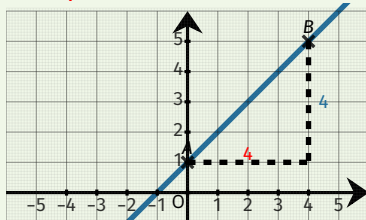
L'ordonnée du point de (C) d'abscisse -2 est 21.

L'ordonnée du point de (C) d'abscisse -2 est égale à l'ordonnée de A, donc **le point A appartient à la courbe (C)**.

La bonne réponse est la réponse **D**.

11. En prenant deux points sur la droite, on obtient :

$$m = \frac{4}{4} = 1$$



La bonne réponse est la réponse **C**.

- 12.** Pour vérifier si un point $(x; y)$ appartient à la courbe d'équation $y = \frac{8}{x}$, on vérifie si les coordonnées satisfont l'équation.

• Pour le point M :

On calcule $\frac{8}{\frac{1}{4}} = 8 \times 4 = 32$.

On a $y_M = \frac{1}{4} \neq 32$ donc **M n'appartient pas à la courbe.**

• Pour le point U :

On calcule $\frac{8}{\frac{3}{8}} = 8 \times \frac{8}{3} = \frac{64}{3}$.

On a $y_U = 3$ donc U appartient à la courbe.

• Pour le point V :

On calcule $\frac{8}{\frac{7}{12}} = 8 \times \frac{12}{7} = \frac{96}{7}$.

On a $y_V = \frac{14}{3}$ donc V appartient à la courbe.

• Pour le point W :

On calcule $\frac{8}{\frac{5}{6}} = 8 \times \frac{6}{5} = \frac{48}{5}$.

On a $y_W = \frac{20}{3}$ donc W appartient à la courbe.

La bonne réponse est la réponse **C**.

- 13.** On reconnaît l'équation réduite d'une droite de la forme $y = mx + p$ où m est son coefficient directeur.

Ici, $m = \frac{1}{8}$ et $p = -6$.

La bonne réponse est la réponse **B**.

- 14.** On reconnaît la droite grâce à son ordonnée à l'origine ($-7 < 0$) et son coefficient directeur ($-10 < 0$). Il s'agit de la droite coupant l'axe des ordonnées en-dessous de l'axe des abscisses et qui descend. Il s'agit de la droite **D_4** .

La bonne réponse est la réponse **A**.

- 15.** La droite (D) est strictement au-dessus de la droite (D') lorsque $-6x - 4 > -9x + 9$.

$$-6x - 4 > -9x + 9$$

$$3x > 13$$

$$x > \frac{13}{3}$$

La droite (D) est donc strictement au-dessus de la droite (D') sur : **$\left] \frac{13}{3}; +\infty \right[$** .

La bonne réponse est la réponse **A**.

- 16.** Le coefficient directeur m de la droite (BF) est donnée par la formule : $\frac{y_F - y_B}{x_F - x_B}$.

$$m = \frac{-8 - (-7)}{3 - 7}$$

$$= \frac{-1}{-4}$$

$$= \frac{1}{4}$$

La bonne réponse est la réponse **D**.

- 17.** La valeur de b est donnée par l'image de 0 par f (ordonnée du point d'intersection entre la courbe et l'axe des ordonnées).

Ainsi, $b = 2,5$.

La valeur de a s'obtient (par exemple) grâce à l'image de 1 par la fonction f .

On lit $f(1) = 1,5$. D'où, $a \times 1^2 + 2,5 = 1,5$, soit $a = -1$.

Ainsi, $f(x) = -x^2 + 2,5$.

La bonne réponse est la réponse **A**.

- 18.** Les paraboles proposées ont des équations de la forme $y = a(x - \alpha)^2 + \beta$.

Le sommet de la parabole a pour coordonnées $(\alpha; \beta)$.

La parabole $\mathcal{P}$ a "les bras" tournés vers le bas, on en déduit que $a < 0$.

De plus, son sommet a une abscisse positive et une ordonnée négative, donc $\alpha > 0$ et $\beta < 0$.

On en déduit que la seule fonction susceptible de représenter $\mathcal{P}$ est : $x \mapsto -1,6(x - 3)^2 - 4$.

La bonne réponse est la réponse **B**.

- 19.** Les paraboles proposées ont des équations de la forme $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ où x_1 et x_2 sont les racines.

La parabole $\mathcal{P}$ a "les bras" tournés vers le haut, on en déduit que $a > 0$.

Les racines de la parabole (intersections avec l'axe des abscisses) sont toutes les deux négatives.

On en déduit que la seule fonction susceptible de représenter $\mathcal{P}$ est : $x \mapsto 1,4(x + 1)(x + 4)$.

La bonne réponse est la réponse **D**.

Corrections du chapitre 20

Calcul Mental

1. Le nombre d'unités est rendu mille fois plus grand, donc :
 $6,308 \times 1\,000 = 6\,308$
2. Zoé utilise le tiers de la quantité.
 $\frac{1}{3} \times 18 = 6$
 Elle utilise donc 6 L.
 $18 - 6 = 12$
 Il reste 12 L.
3. $99 + 227 = 227 + 100 - 1 = 326$
4. On décompose 2,3 h :
 $2,3 \text{ h} = 2 \text{ h} + 0,3 \text{ h}$
 $= 2 \times 60 \text{ min} + 0,3 \times 60 \text{ min}$
 $= 120 \text{ min} + 18 \text{ min}$
 $= 138 \text{ min}$
5. Multiplier par 0,5 revient à diviser par 2.
 Ainsi, $0,5 \times 0,72 = \frac{0,72}{2} = 0,36$.
6. $0,5 \times 0,47 \times 20 = 0,47 \times 20 \times 0,5$
 $= 0,47 \times 10$
 $= 4,7$

Exercices d'entraînement

1

1. Puisque f est une fonction affine, les accroissements des images ($f(x)$) sont proportionnels aux accroissements des antécédents (x).
 Les images données permettent d'établir graphiquement qu'une augmentation d'une unité en abscisse augmentent l'ordonnée de $8 - 1 = 7$ unités.
 On calcule l'image de 0 à partir de l'image de 2 par g .
 Pour passer de 2 à 0, on retranche 2 unités, donc on retranche 2×7 unités à l'image de 2, soit 14 unités.
 Ainsi, l'image de 0 par g est $g(0) = 1 - 14 = -13$.
2. On identifie les valeurs de a et de b : la valeur de a est le coefficient devant x et la valeur de b est la constante.

$$f(x) = \frac{3x+2}{7} = \underbrace{\frac{3}{7}}_a x + \underbrace{\frac{2}{7}}_b$$
 On a donc $a = \frac{3}{7}$ et $b = \frac{2}{7}$.
3. On cherche le plus petit entier naturel n vérifiant $g(n) > 0$.
 Comme $4n - 15 > 0$ équivaut à $n > \frac{15}{4}$, le plus petit entier naturel n est donc 4.
4. Comme $h(-9) = 9$, alors :
 $4 \times (-9) + p = 9$
 $-36 + p = 9$
 $p = 45$
5. Comme $m(x) = \frac{5}{2}x + 3$, on a :
 $m(-18) = \frac{5}{2} \times (-18) + 3$
 $= 5 \times \frac{-18}{2} + 3$
 $= -45 + 3$
 $= -42$
6. L'antécédent de 21 est le nombre x qui a pour image 21.
 On cherche donc x tel que :
 $5x - 9 = 21$
 On obtient $x = \frac{21+9}{5} = 6$.

7. Comme $f(1) = 3$, on a $a \times 1 - 1 = 3$, soit $a - 1 = 3$.
On en déduit $a = 3 + 1 = 4$.

8. h est une fonction affine donc de la forme $h(x) = mx + p$ avec $p = h(0) = -2$.

$$\begin{aligned} m &= \frac{h(1) - h(0)}{1 - 0} \\ &= h(1) - h(0) \\ &= 5 - (-2) \\ &= 7 \end{aligned}$$

On en déduit $h(x) = 7x - 2$

Mentalement :

Les images de 0 et de 1 permettent de déterminer rapidement le coefficient directeur qui est la différence des images, soit $5 - (-2) = 7$.

9. On reconnaît que h est une fonction affine, de la forme $h(x) = ax + b$, avec $a = \frac{7}{8}$ et

$$b = \frac{-6}{8} = -\frac{3 \times 2}{4 \times 2} = -\frac{3}{4}.$$

On sait qu'une fonction affine est monotone sur $\mathbb{R}$.

Son sens de variation dépend du signe de a .

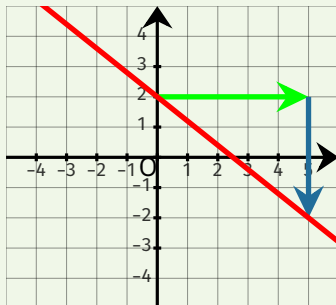
Comme $a = \frac{7}{8} > 0$, la fonction h est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

10. f est de la forme $f(x) = ax + b$ avec a le coefficient directeur de la droite (inclinaison de la droite par rapport à l'horizontale) et b l'ordonnée à l'origine (ordonnée du point d'intersection entre la droite et l'axe des ordonnées).

L'ordonnée à l'origine est $b = 2$ et :

$$a = \frac{\text{Dénivelé vertical}}{\text{Déplacement horizontal}} = \frac{-4}{5}$$

On en déduit que la fonction f est définie par : $f(x) = -\frac{4}{5}x + 2$.



2

1. On a : $f(x) = \frac{x}{8} + \frac{1}{8}$.

Ce qui revient à écrire que : $f(x) = \frac{1}{8}x + \frac{1}{8}$.

On observe que la fonction f s'écrit bien sous la forme $f(x) = ax + b$ avec a et b des nombres réels.

Ici, on a : $a = \frac{1}{8}$ et $b = \frac{1}{8}$.

f est donc bien une fonction affine.

2. Soit f la fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$, par $f(x) = 9 + 6x$.

On peut écrire f sous cette forme : $f(x) = 6x + 9$.

On observe que la fonction f s'écrit bien sous la forme $f(x) = ax + b$ avec a et b des nombres réels.

Ici, on a : $a = 6$ et $b = 9$.

f est donc bien une fonction affine.

3. $f(x) = 8x^2 + 7$.

On observe que la fonction f est du second degré, puisqu'il y a un terme en x^2 .

Elle s'écrit sous la forme $f(x) = ax^2 + b$ avec a et b des nombres réels, et non pas sous la forme $ax + b$.

f n'est donc pas une fonction affine.

3

Puisque f est une fonction affine, on a : $f(x) = ax + b$.

• b est l'ordonnée à l'origine de la droite. On lit $b = 3$.

• a est le coefficient directeur de la droite.

Il est donné par le déplacement vertical correspondant à un déplacement horizontal d'une unité.

On lit $a = 1$.

On peut en déduire que l'expression de la fonction f est $f(x) = x + 3$.

4

1. On sait que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

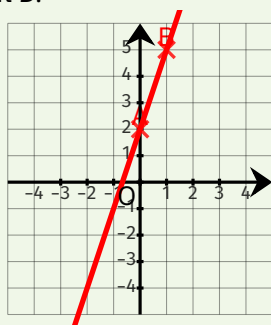
La droite a pour équation $y = 3x + 2$.

L'ordonnée à l'origine est 2, on place donc le point A de coordonnées (0 ; 2).

Le coefficient directeur est égal à 3. En se décalant d'une unité vers la droite à partir du point A, on monte de 3 unités.

On obtient alors le point B.

On trace la droite (AB).



2. On sait que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

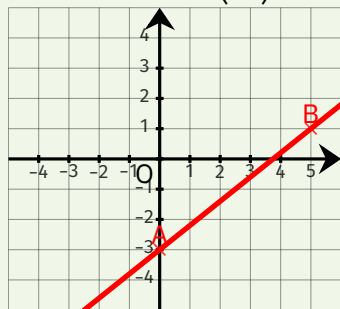
La droite a pour équation $y = \frac{4}{5}x - 3$.

L'ordonnée à l'origine est -3, on place donc le point A de coordonnées (0 ; -3).

Le coefficient directeur est égal à $\frac{4}{5}$. En se décalant de 5 unités vers la droite à partir du point A, on monte de 4 unités.

On obtient alors le point B.

On trace la droite (AB).



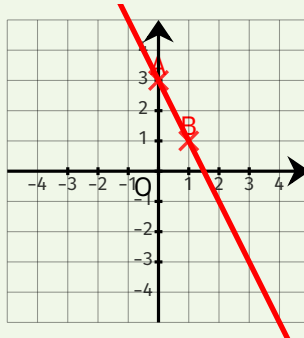
3. On sait que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

La droite a pour équation $y = -2x + 3$.

L'ordonnée à l'origine est 3, on place donc le point A de coordonnées (0 ; 3).

Le coefficient directeur est égal à -2 . En se décalant d'une unité vers la droite à partir du point A, on descend de 2 unités.
On obtient alors le point B.

On trace la droite (AB).



5

f est une fonction affine, elle a donc une expression de la forme $f(x) = ax + b$ avec a et b des nombres réels.

D'après le cours, on sait que pour $u \neq v$, $a = \frac{f(u) - f(v)}{u - v}$

Avec $u = 1$ et $v = -8$, on obtient : $a = \frac{f(1) - f(-8)}{1 - (-8)} = \frac{3 - (-51)}{1 - (-8)} = \frac{54}{9} = 6$.

On en déduit que la fonction f s'écrit sous la forme : $f(x) = 6x + b$.

Remarque : On obtient b en utilisant (au choix) une des deux données de l'énoncé, par exemple $f(1) = 3$.

Comme $f(x) = 6x + b$, alors $f(1) = 6 \times 1 + b = 6 + b$. On en déduit :

$$f(1) = 3 \iff 6 + b = 3$$

$$\iff b = -3$$

On en déduit $f(x) = 6x - 3$.

6

f est une fonction affine, elle a donc une expression de la forme $f(x) = ax + b$ avec a et b des nombres réels.

Comme $A(-8; -22) \in \mathcal{C}$, on a $f(-8) = -22$ et comme $B(-5; -26) \in \mathcal{C}$, on a $f(-5) = -26$

D'après le cours, on sait que pour $u \neq v$, $a = \frac{f(u) - f(v)}{u - v}$

Avec $u = -8$ et $v = -5$, on obtient : $a = \frac{f(-8) - f(-5)}{-8 - (-5)} = \frac{-22 - (-26)}{-8 - (-5)} = \frac{4}{-3}$.

D'où $a = -\frac{4}{3}$.

On en déduit que la fonction f s'écrit sous la forme : $f(x) = -\frac{4}{3}x + b$.

Remarque : On obtient b en utilisant (au choix) une des deux données de l'énoncé, par exemple $f(-8) = -22$.

Comme $f(x) = -\frac{4}{3}x + b$, alors $f(-8) = -\frac{4}{3} \times -8 + b = \frac{32}{3} + b$. On en déduit :

$$f(-8) = -22 \iff \frac{32}{3} + b = -22$$

$$\iff b = -22 - \frac{32}{3}$$

$$\iff b = -\frac{98}{3}$$

Ainsi, $f(x) = -\frac{4}{3}x - \frac{98}{3}$.

7

1. On reconnaît que g est une fonction affine, de la forme $g(x) = ax + b$, avec $a = -2$ et $b = -6$.
On sait qu'une fonction affine est monotone sur $\mathbb{R}$.
Son sens de variation dépend du signe de a .
Comme $a = -2 < 0$, la fonction g est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
De plus, $g(1) = -2 \times 1 - 6 = -8$ et $g(4) = -2 \times 4 - 6 = -14$.
On obtient ainsi le tableau de variations :

x	1	4
$g(x)$	-8	-14

2. On reconnaît que g est une fonction affine, de la forme $g(x) = ax + b$, avec $a = \frac{1}{9}$ et $b = \frac{8}{9}$.
On sait qu'une fonction affine est monotone sur $\mathbb{R}$.
Son sens de variation dépend du signe de a .
Comme $a = \frac{1}{9} > 0$, la fonction g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
On peut synthétiser cela dans un tableau de variations :

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x)$		

8

1. a. D'après le tableau de signes, les images sont d'abord négatives, puis positives.
On en déduit que la fonction h est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
b. Comme h est une fonction affine strictement croissante, les antécédents et les images sont rangés dans le même ordre.
Comme $7 < 8$, alors $h(7) < h(8)$

2. w est une fonction affine (non constante, puisque $w(-4) \neq w(-2)$), elle est donc soit strictement croissante, soit strictement décroissante.
On observe que $-4 < -2$ implique $w(-4) < w(-2)$.
Les images et les antécédents sont donc rangés dans le même ordre.
On en déduit que la fonction w est croissante sur $\mathbb{R}$.

Les images sont d'abord négatives, puis positives.
Sachant que w s'annule en -2 , le changement de signe intervient donc en $x = -2$.
On obtient ainsi le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$w(x)$	-	0	+

QCM

1. On cherche si les fonctions f peuvent s'écrire sous la forme $f(x) = mx + p$.

• En développant, on obtient :

$$\begin{aligned} f_1(x) &= x^2 - (x + 5)(x - 3) \\ &= x^2 - (x^2 - 3x + 5x - 15) \\ &= x^2 - x^2 + 3x - 5x + 15 \\ &= -2x + 15 \end{aligned}$$

On retrouve une forme $mx + p$, donc f_1 est une fonction affine.

• $f_2(x) = 4\sqrt{x} + 6$

Cette fonction contient un terme en $\sqrt{x}$, elle n'est donc pas affine.

• $f_3(x) = \frac{4}{x} - 4$

Cette fonction contient un terme en $\frac{1}{x}$, elle n'est donc pas affine.

Uniquement la fonction f_1 est affine.

La bonne réponse est la réponse **A**.

2. On a : $g(-1) = -2 \times (-1) + 4 = 6$ et $g(-2) = -2 \times (-2) + 4 = 8$.

On en déduit que $g(-1) \times g(-2) = 6 \times 8 = 48$.

La bonne réponse est la réponse **B**.

3. On remplace x par $x + 3$ dans l'expression de w :

$$\begin{aligned} w(x + 3) &= 3(x + 3) - 5 \\ &= 3x + 9 - 5 \\ &= 3x + 4 \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **A**.

4. On cherche le plus grand entier naturel n vérifiant $h(n) > 0$.

Comme $-2n + 5 > 0$ équivaut à $n < \frac{5}{2}$, le plus grand entier naturel n est donc **2**.

La bonne réponse est la réponse **A**.

5. Parmi les réponses proposées, on cherche la fonction affine qui s'annule en 3 et dont le coefficient directeur est positif. En effet, la droite représentant la fonction f est croissante car la fonction donne des images négatives puis positives d'après le tableau de signes.

Il s'agit de la fonction f définie par $f(x) = x - 3$.

La bonne réponse est la réponse **C**.

6. La fonction f s'annule en $x = -2$ et est décroissante (car elle est positive avant -2 , négative après).

On cherche une fonction affine qui s'annule en -2 et qui a un coefficient directeur négatif.

La bonne réponse est $f(x) = -5x - 10$.

Son tableau de signes est :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

La bonne réponse est la réponse **C**.

7. f est une fonction affine, elle est donc de la forme $f(x) = mx + p$.

$$\begin{aligned} m &= \frac{f(1) - f(-3)}{1 - (-3)} \\ &= \frac{-1 + 5}{4} \\ &= 1 \end{aligned}$$

On a donc $f(x) = x + p$.

Pour déterminer p , on utilise la valeur de $f(-3)$:

$$f(-3) = -3 + p$$

$$-5 = -3 + p$$

$$p = -2$$

On a donc $f(x) = x - 2$.

L'image de -2 par cette fonction est :

$$f(-2) = -2 - 2$$

$$= -4$$

La bonne réponse est la réponse **D**.

Corrections du chapitre 21

Calcul Mental

1. On multiplie chaque terme par 4 pour obtenir le terme suivant :
 $\frac{1}{4} \times 4 = 1$
 $1 \times 4 = 4$
 $4 \times 4 = 16$
 $16 \times 4 = 64$
 $3 \times ? - 1 = 149$
 $3 \times ? = 149 + 1$
 $3 \times ? = 150$
 $? = \frac{150}{3}$
 $? = 50$
2.
 3. Les multiples de 5 se terminent par 0 ou 5. Le plus grand multiple de 5 inférieur ou égal à 122 est 120 (il se termine par 0). Le reste de la division euclidienne est donc 2.
 4. Pour $v = -2$:
 $7(v - 5) = 7(-2 - 5)$
 $= 7 \times (-7)$
 $= -49$
 5. $-42 \div 7 = -6$
 Le quotient de deux nombres de signes contraires est négatif.
 6. $143 \text{ secondes} = 2 \times 60 + 23$
 Donc : $143 \text{ s} = 2 \text{ min } 23 \text{ s}$.

Exercices d'entraînement

1

1. Résoudre l'équation $f(x) = -1$ graphiquement revient à lire les abscisses des points d'intersection entre $\mathcal{C}_f$ et la droite d'équation $y = -1$ (parallèle à l'axe des abscisses). On en déduit : $S = \{0; 6\}$.
2. L'ensemble de définition de f est $[-4; 5]$. Les images $f(x)$ sont positives lorsque la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses et elles sont négatives lorsque la courbe est en dessous de l'axe des abscisses.
 Tableau de signes de $f(x)$ sur $[-4; 5]$:

x	-4	-3	-1	4	5			
$f(x)$		+	0	-	0	+	0	-
3. Sur l'intervalle $[-6; 4]$, le point le plus haut de la courbe a pour coordonnées $(2; 3)$. On en déduit que le maximum de f est 3. Il est atteint en $x = 2$.
4. Les solutions de l'inéquation $f(x) < 1$ sont les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ qui se situent strictement en dessous de la droite d'équation $y = 1$. On en déduit $S =]-5; 0]$.
5. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -1$ est le nombre d'antécédents de -1 par la fonction f .
 Puisque la droite d'équation $y = -1$ (droite horizontale) coupe 2 fois la courbe, on en déduit que l'équation $f(x) = -1$ admet 2 solutions.

2

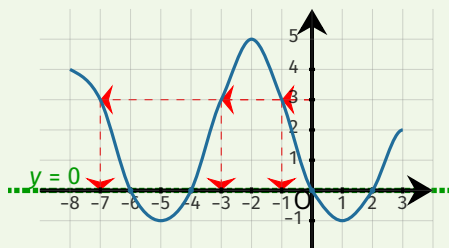
L'ensemble de solutions de l'équation $t(x) = c(x)$ sur $[-4; 6]$ correspond aux abscisses des points d'intersection des deux courbes, soit : $\{-2; 4\}$.
 Pour trouver l'ensemble des solutions de l'inéquation $t(x) \leq c(x)$ sur $[-4; 6]$, on regarde les portions où la courbe $\mathcal{C}_t$ est située en dessous de la courbe $\mathcal{C}_c$.
 On lit les intervalles correspondants sur l'axe des abscisses : $[-4; -2] \cup [4; 6]$.

3

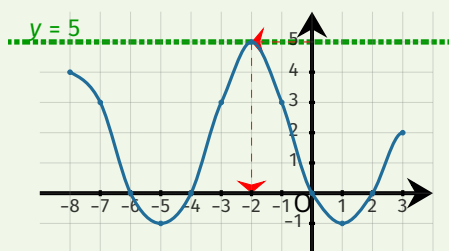
a. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 3$ est donné par le nombre d'antécédents de 3 par f .
 Il y en a 3 (tracé rouge en pointillés).

b. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ graphiquement revient à lire les abscisses des points d'intersection entre $\mathcal{C}_f$ et l'axe des abscisses.

On en déduit : $S = \{-6; -4; 0; 2\}$.



c. Par exemple, l'équation $f(x) = 5$ possède exactement 1 solution.



4

1. L'ensemble de définition de f est $[-8; 4]$.

Tableau de signes de $f(x)$ sur $[-8; 4]$:

x	-8	-4	2	4	
$f(x)$	-	0	+	0	-

2. L'ensemble de définition de f est $[-8; 1]$.

Tableau de signes de $f(x)$ sur $[-8; 1]$:

x	-8	-4	0	1	
$f(x)$	+	0	-	0	-

5

1. La fonction u est définie sur $[-4; 6]$.

Son tableau de variations est :

x	-4	-1	4	6
$u(x)$	3	-5	-1	-2

2. La fonction f est définie sur $[-6; 8]$.

Son tableau de variations est :

x	-6	1	2	4	8
f(x)	4		0		0

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -2 -1

3. La fonction h est définie sur $] -\infty ; 4]$.
Son tableau de variations est :

x	$-\infty$	2	4	7
h(x)		6		4

$\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 2

4. La fonction h est définie sur $[-6 ; +\infty[$.
Son tableau de variations est :

x	-6	-2	1	4	$+\infty$
h(x)		3		-3	

$\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -4 -4

QCM

1. • La somme des solutions de l'équation $f(x) = 0$ est égal à 4.

Cette affirmation est correcte :

L'équation $f(x) = 0$ a deux solutions : 1 et 3.

La somme de ces solutions est $1 + 3 = 4$.

• Soit $k \in]0 ; 1[$.

L'équation $f(x) = k$ admet exactement trois solutions.

Cette affirmation est fausse :

Si $k \in]0 ; 1[$, la droite d'équation $y = k$ coupe bien deux fois la courbe.

• Le produit des solutions de l'équation $f(x) = 0$ est égal à 4.

Cette affirmation est fausse :

L'équation $f(x) = 0$ a deux solutions : 1 et 3.

Le produit de ces solutions est $1 \times 3 = 3$.

• Soit $k \in [-2 ; -1]$.

L'équation $f(x) = k$ admet exactement deux solutions.

Cette affirmation est fausse :

Si $k \in [-2 ; -1]$ la droite d'équation $y = k$ coupe trois fois la courbe et donc l'équation a trois solutions.

La bonne réponse est la réponse **A**.

2. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 2$ est le nombre d'antécédents de 2 par la fonction f .
Puisque la droite d'équation $y = 2$ (droite horizontale) coupe 3 fois la courbe, on en déduit que l'équation $f(x) = 2$ admet **3 solutions**.
La bonne réponse est la réponse **B**.

3. • $f(1,7) < f(1,71)$

Cette affirmation est correcte :

Comme la fonction est croissante sur $[0 ; 5]$, $f(1,7) < f(1,71)$

- L'inéquation $f(x) \leq 0$ a pour ensemble de solutions $[-3; -2] \cup [-2; 2]$.
Cette affirmation est fausse :
Les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$ sont les abscisses des points de la courbe situés en dessous ou sur l'axe des abscisses.
- $f(1,7) > f(1,71)$
Cette affirmation est fausse :
Comme la fonction est croissante sur $[0; 5]$, $f(1,7) < f(1,71)$
- Le maximum de f est 6.
Cette affirmation est fausse :
Le point le plus haut de la courbe a pour ordonnée 3. C'est le maximum de f .

La bonne réponse est la réponse **B**.

4. Il n'y a aucun point d'intersection entre la courbe et l'axe des abscisses.
Par conséquent, **l'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution**.
La bonne réponse est la réponse **B**.
5. Les solutions de l'inéquation sont les abscisses des points de C_f qui se situent en dessous ou sur C_g , soit $[-1; 1] \cup [2; 3]$.
La bonne réponse est la réponse **A**.
6. Les solutions de l'inéquation sont les abscisses des points de C_f qui se situent en dessous ou sur C_g , soit $[-4; -1] \cup [3; 4]$.
La bonne réponse est la réponse **C**.
7. La fonction g s'annule en 3 et la fonction h s'annule en -1.
Quand la droite est en-dessous de l'axe des abscisses, la fonction est négative et quand elle est au-dessus, la fonction est positive.
On en déduit le tableau de signes de leur produit :

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$g(x)$	-	-	0	+	
$h(x)$	+	0	-	-	
$f(x)$	-	0	+	0	-

La bonne réponse est la réponse **B**.

8. La fonction f est définie sur $[-3; 6]$.
Les images $f(x)$ sont positives lorsque la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses et elles sont négatives lorsque la courbe est en dessous de l'axe des abscisses.

x	-3	-1	3	6	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

La bonne réponse est la réponse **C**.

9. L'inéquation est vérifiée lorsque x et $f(x)$ sont de signes opposés, c'est-à-dire lorsque l'un est positif et l'autre négatif.
Ici, x_f est négatif et $f(x_f)$ est positif. Aussi, x_v est positif et $f(x_v)$ est négatif.
L'inéquation est donc vérifiée pour **x_f et x_v** .
La bonne réponse est la réponse **D**.

Calcul Mental

- quart de 36 :
 $\frac{1}{4} \times 36 = 36 \div 4 = 9 \text{ €}$

5. $\frac{10}{7} = \frac{7}{7} + \frac{3}{7} = 1 + \frac{3}{7}$

6. $\frac{4}{30} = \frac{2 \times \cancel{2}}{15 \times \cancel{2}} = \frac{2}{15}$

1

- $$\frac{91 + 1}{2} = 46.$$

7. La somme des 5 valeurs est : $\underbrace{75 + 125}_{200} + \underbrace{125 + 175}_{300} + 50 = 550$.

La moyenne est donc $\frac{550}{5} = 110$.

- $$m = \frac{6 + 14 + 2 \times 10}{1 + 1 + 2} = \frac{40}{4} = 10$$

- 10.** Comme la moyenne des trois valeurs est 9, la somme des trois valeurs doit être égale à $3 \times 9 = 27$.
On en déduit que $8 + 8 + a = 27$, soit $a = 11$.

2

La fréquence de la valeur 12 est $\frac{2}{50} = 0,04$, soit 4 %.

3

$$\text{Moyenne} = \frac{12 + 12 + 14 + \dots + 5 + 6 + 8}{30} = \frac{232}{30}.$$

La somme des températures est : 232.

Il y a 30 températures.

Donc la moyenne des températures est $\frac{232}{30} \approx 7,7$ °C.

4

Au total, 99 lancers ont été réalisés.

Le nombre de lancers est impair, les scores sont rangés dans l'ordre croissant.

La valeur centrale est la 50^e valeur.

En effet, $\underbrace{1^e \ 2^e \dots 49^e}_{49 \text{ valeurs}} \quad 50^e \quad \underbrace{51^e \dots 99^e}_{49 \text{ valeurs}}$

La médiane est donc le 50^e lancer.

On peut ajouter une ligne avec les effectifs cumulés pour trouver cette valeur.

Scores	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre d'apparitions	0	5	2	6	6	10	13	11
Nombre d'apparitions cumulées	0	5	7	13	19	29	42	53

Scores	10	11	12	13	14	15	16
Nombre d'apparitions	11	7	6	10	6	5	1
Nombre d'apparitions cumulées	64	71	77	87	93	98	99

D'où le score médian est 9.

5

$$M = \frac{14 + 16 + 13 + 16 + 15 + 13 + 13}{7} \approx 14,3$$

La température moyenne est de 14,3 °C.

On réordonne les températures par ordre croissant : 13 ; 13 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 16.

L'effectif total est de 7, la médiane est donc le 4^e élément de la série ordonnée soit 14 °C.

6

$$M = \frac{14 + 16 + 13 + 16 + 15 + 13 + 13 + 11}{8} \approx 13,9$$

La température moyenne est de 13,9 °C.

On réordonne les températures par ordre croissant : 11 ; 13 ; 13 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 16.

L'effectif total est de 8, la médiane est donc une valeur comprise entre le 4^e et le 5^e élément de la série ordonnée soit, par exemple 13,5 °C.

QCM



1. La série triée dans l'ordre croissant est : 6; 10; 12; 13; 14; 18; 19.

La série comporte 7 valeurs, qui est un nombre impair, donc la médiane est le terme de rang 4.

La médiane est donc 13.

2. La série triée par ordre croissant est : 2; 6; 8; 11; 13; 14; 20; 23; 25; 26.

La série contient 10 valeurs.

Pour trouver le rang de Q_3 , on calcule les trois quarts de 10 qui vaut $\frac{3 \times 10}{4} = 7,5$.

On arrondit à l'entier supérieur qui vaut 8.

Le troisième quartile est donc la valeur de rang 8 de la série classée : $Q_3 = 23$.

3. Appelons x la valeur cherchée.

On commence par calculer la somme des valeurs de la série de l'énoncé :

$$11 + 5 + 15 + 8 + 9 = 48.$$

Comme la série de l'énoncé contient 5 valeurs, la nouvelle série avec x en contient 6.

On peut calculer sa moyenne avec l'expression :

$$\frac{48 + x}{6}$$

Comme cette moyenne vaut 10 d'après l'énoncé, il faut alors résoudre l'équation :

$$\frac{48 + x}{6} = 10$$

$$48 + x = 10 \times 6$$

$$x = 10 \times 6 - 48$$

$$x = 12$$

4. Pour déterminer la moyenne de l'élève, on calcule :

• La somme des produits de chaque note par son coefficient :

$$8 \times 1 + 15 \times 1 + 13 \times 1 + x \times 3 = 36 + 3x.$$

• La somme des coefficients : $1 + 1 + 1 + 3 = 6$.

Remarque : On fera bien attention à ne pas utiliser la ligne des numéros de devoirs du tableau, donnée qui n'intervient pas dans le calcul de la moyenne.

La moyenne est donc égale à $\frac{36 + 3x}{6}$.

Comme elle doit être égale à 11, on doit résoudre l'équation suivante :

$$\frac{36 + 3x}{6} = 11$$

$$36 + 3x = 11 \times 6$$

$$36 + 3x = 66$$

$$3x = 66 - 36$$

$$3x = 30$$

$$x = \frac{30}{3}$$

$$x = 10.$$

5. Pour calculer la taille d'une série rangée en classes, on calcule d'abord la valeur centrale de chaque classe :

$$\text{La première classe a pour centre } \frac{3 + 7}{2} = 5 \text{ cm.}$$

$$\text{La seconde classe a pour centre } \frac{7 + 11}{2} = 9 \text{ cm.}$$

On calcule ensuite la moyenne pondérée des tailles, en multipliant chaque centre de classe par l'effectif de la classe correspondante, puis en divisant par la somme des effectifs :

$$\frac{6 \times 5 + 2 \times 9}{6 + 2} = \frac{48}{8} = 6.$$

La taille moyenne des plants de cette serre est donc de 6 cm.

6. On calcule la moyenne de la série A : $\bar{x}_A = \frac{5 + 10 + 14}{3} = \frac{29}{3}$

et sa médiane, qui est la valeur centrale de la série classée : $m_A = 10$.

$$\text{On calcule la moyenne de la série B : } \bar{x}_B = \frac{4,5 + 9 + 15,5}{3} = \frac{29}{3}$$

et sa médiane, qui est aussi la valeur centrale de la série classée : $m_B = 9$.

On constate que les deux séries ont la même moyenne mais pas la même médiane.

7. La moyenne de la série A est 12, celle de la série B est 9.

On peut conclure que la seule réponse acceptable est que la moyenne de la série A est strictement supérieure à celle de la série B.

Il n'est pas nécessaire de calculer l'écart-type pour répondre à cette question.

8. La somme des 4 valeurs est : $5 + 13 + 8 + 18 = 44$.

$$\text{La moyenne est donc } \frac{44}{4} = 11.$$

La bonne réponse est la réponse B.

Corrections du chapitre 23

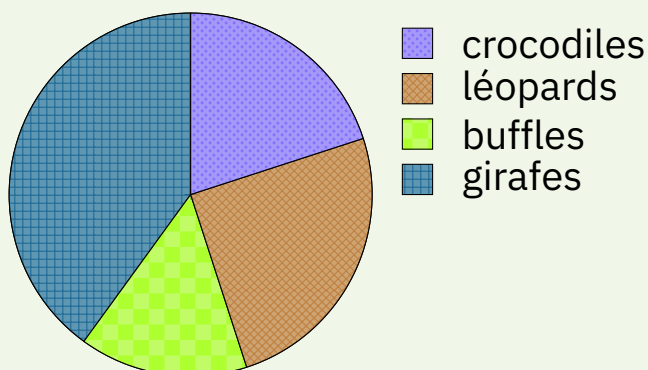
Calcul Mental

1. Le nombre d'unités est rendu mille fois plus grand, donc :
 $9,9 \times 1\,000 = 9\,900$
2. 10 % de 99, c'est $\frac{10}{100} \times 99 = \frac{10 \times 99}{100} = \frac{990}{100} = 9,9$.
3. 9 centaines et 6 millièmes est égal à :
 $9 \times 100 + 6 \times 0,001 = 900 + 0,006 = 900,006$
4. On a $42 \div 6 = 7$ donc $63 \div 7 = 9$.
5. $68 = 9 \times 7 + 5 = 63 + 5$, donc le reste est 5.
6. Étant donné que $6 - 6 = 0$, le résultat est 0 quelle que soit la valeur du premier facteur.

Exercices d'entraînement

1

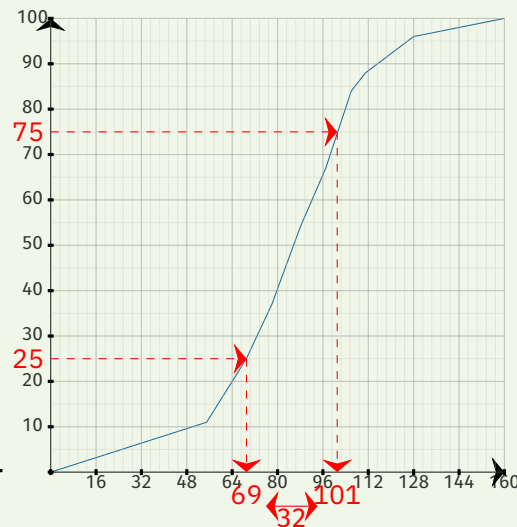
Animaux	girafes	buffles	léopards	crocodiles	Totaux
Effectifs	40	15	25	20	100
Fréquences	$\frac{40}{100} = 0,4$	$\frac{15}{100} = 0,15$	$\frac{25}{100} = 0,25$	$\frac{20}{100} = 0,2$	1
Angles	$\frac{40}{100} \times 360 = 144^\circ$	$\frac{15}{100} \times 360 = 54^\circ$	$\frac{25}{100} \times 360 = 90^\circ$	$\frac{20}{100} \times 360 = 72^\circ$	360°



2

Par lecture graphique, on trouve :

- a. La valeur du premier quartile est environ 69. Par la précision du graphique, serait acceptée toute valeur entre 67 et 71.
- b. La valeur du troisième quartile est environ 101. Par la précision du graphique, serait acceptée toute valeur entre 99 et 103.
- c. La valeur de l'écart inter-quartile est environ $101 - 69 = 32$. Par la précision du graphique, serait



acceptée toute valeur entre 28 et 36.

3

a. D'après le graphique, il y a 9 hyènes.

b. L'effectif total des animaux est : $9 + 10 + 2 + 5 + 8 = 34$. D'après le graphique, il y a 10 rhinocéros.
La fréquence (ou la proportion) de rhinocéros est : $\frac{10}{34} \approx 0,294$.

La fréquence des rhinocéros est donc : **29,4 %**.

c. On fait la somme des effectifs de chaque espèce de quadrupèdes : $9 + 10 + 2$.
L'effectif des quadrupèdes est donc : **21**.

d. L'effectif total des oiseaux est : $5 + 8 = 13$. L'effectif total des animaux est : 34.
La fréquence (ou la proportion) d'oiseaux est : $\frac{13}{34} \approx 0,382$.
La fréquence des oiseaux est donc : **38,2 %**.

QCM

1. Les effectifs des 3 groupes sont respectivement 30, 15 et $60 - 30 - 15 = 15$.

Groupe	chênes	érables	autres essences
Effectif	30	15	15
Part	$\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$	$\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$	$\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$
Angle	180°	90°	90°

Le bon diagramme est le seul avec : deux angles

droits égaux (de 90°) et un angle plat (de 180°).

La bonne réponse est la réponse **D**.

2. L'écart interquartile est la différence entre le troisième quartile et le premier quartile.

D'après le diagramme en boîte, on a $Q_3 = 65$ et $Q_1 = 25$.

Donc l'écart interquartile est $Q_3 - Q_1 = 65 - 25 = 40$.

La bonne réponse est la réponse **D**.

3. La valeur 25 correspond au premier quartile et la valeur 40 au médiane.

Donc, la proportion de valeurs comprises entre 25 et 40 est de 25%.

La bonne réponse est la réponse **B**.

4. La médiane est la valeur qui partage la série statistique en deux parties égales.

D'après le diagramme en boîte, on a $Q_1 = 35$ et $Q_3 = 65$. La médiane se trouve au niveau du trait intermédiaire.

La médiane de la série est donc : 45.

La bonne réponse est la réponse **B**.

5. L'effectif total est le nombre de notes représentées dans l'histogramme.

On peut le calculer en additionnant les effectifs de chaque barre.

Les effectifs sont : 1 pour la note 7

3 pour la note 8

9 pour la note 9

7 pour la note 10

7 pour la note 11

1 pour la note 12

1 pour la note 14

1 pour la note 15.

Ici, on trouve un effectif total de 30 élèves.

La bonne réponse est la réponse **B**.

6. Le pourcentage d'élèves ayant obtenu la note 9 est calculé en divisant l'effectif de cette note par l'effectif total, puis en multipliant par 100.

L'effectif total est le nombre de notes représentées dans l'histogramme.

Ici, on trouve un effectif total de 10 élèves.

L'effectif des élèves ayant obtenu la note 9 est de 2.

$$\frac{2}{10} \times 100 = 20$$

Donc le pourcentage est de 20 %.

La bonne réponse est la réponse **B**.

7. Le pourcentage d'élèves ayant obtenu la moyenne est calculé en divisant l'effectif des élèves ayant obtenu une note supérieure ou égale à la moyenne par l'effectif total, puis en multipliant par 100.

L'effectif total est le nombre de notes représentées dans l'histogramme.

Ici, on trouve un effectif total de 20 élèves.

L'effectif des élèves ayant obtenu une note supérieure ou égale à la moyenne est de 15.

$$\frac{15}{20} \times 100 = 75.$$

Donc le pourcentage est de 75 %.

La bonne réponse est la réponse **D**.

8. La médiane est la valeur qui partage la série statistique en deux parties égales.

Il y a un total de 21 valeurs.

La médiane est donc la valeur de rang 11 (la valeur centrale car le nombre de valeurs est impair).

En regardant le diagramme, on constate que la valeur de rang 11 est 17.

Donc la médiane est égale à : 17.

La bonne réponse est la réponse **A**.

9. La moyenne est la somme des valeurs divisée par le nombre de valeurs.

Il y a un total de 16 valeurs.

En regardant le diagramme, on obtient la somme des valeurs suivante :

$$6 \times 2 + 4 \times 3 + 3 \times 4 + 3 \times 6 = 54.$$

$$\text{Donc la moyenne est : } \frac{54}{16} = 3,375.$$

La bonne réponse est la réponse **C**.

10. Le troisième quartile Q_3 est la plus petite valeur de la série statistique pour laquelle au moins 75% des valeurs sont inférieures ou égales à Q_3 .

Sur ce diagramme des fréquences cumulées croissantes, on lit que la fréquence cumulée atteint 75% pour la valeur 4.

La bonne réponse est la réponse **C**.

Corrections du chapitre 24

Calcul Mental

- On décompose le calcul :
 $1\,001 \times 16 = 1\,000 \times 16 + 1 \times 16$
 $= 16\,000 + 16$
 $= 16\,016$
- Le prix de 12 gommes est 21 euros.
 On calcule le prix de 6 gommes :
 $21 \div 2 = 10,50$
 Le prix de 6 gommes est 10,50 euros.
 Ainsi, le prix de 18 gommes est $21 + 10,50 = 31,50$ euros.
- $\frac{18}{7} = \frac{14}{7} + \frac{4}{7} = 2 + \frac{4}{7}$
- Étant donné que $\frac{4}{7} < 1$, le plus petit entier supérieur à $\frac{18}{7}$ est $2 + 1 = 3$.
- On calcule : $4 \times (2 + 9) = 4 \times 11 = 44$.
- On remarque que $6 = 3 \times 2$, donc $? = 3 \times 5 = 15$.
 Ainsi, $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$
- Le périmètre d'un rectangle de longueur 8 cm et de largeur 3 cm est $2 \times (8 + 3) = 2 \times 11 = 22$ cm.

Exercices d'entraînement

1

- Il y a en tout : $9 + 81 = 90$ romans.
 La probabilité de choisir un roman d'anticipation est de $\frac{9}{90}$, soit $\frac{1}{10}$.
- Il a : $6 \times 2 = 12$ manières de composer son costume.
- La relation entre la probabilité d'un événement A et celle de son contraire $\bar{A}$ est : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
 Ainsi : $P(\bar{A}) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$.
- Dans une situation d'équiprobabilité, on calcule la probabilité d'un événement par le quotient : $\frac{\text{Nombre d'issues favorables}}{\text{Nombre total d'issue}}$.
 La probabilité est donc donnée par : $\frac{\text{Nombre de boules noires}}{\text{Nombre total de boules}} = \frac{3}{8}$
- Dans une situation d'équiprobabilité, on calcule la probabilité d'un événement par le quotient : $\frac{\text{Nombre d'issues favorables}}{\text{Nombre total d'issue}}$.
 La probabilité est donc donnée par : $\frac{\text{Nombre de boules vertes}}{\text{Nombre total de boules}} = \frac{10}{14} = \frac{5 \times 2}{7 \times 2} = \frac{5}{7}$
- Sur 36 cas possibles équiprobables, il y en a 1 qui donne une somme de 2. Donc la probabilité d'obtenir un total de 2 est $\frac{1}{36}$.
- Dans une situation d'équiprobabilité, on calcule la probabilité d'un événement par le quotient : $\frac{\text{Nombre d'issues favorables}}{\text{Nombre total d'issue}}$.
 La probabilité est donc donnée par : $\frac{\text{Nombre de boules vertes}}{\text{Nombre total de boules}} = \frac{10}{14} = \frac{5 \times 2}{7 \times 2} = \frac{5}{7}$
- Comme il y a 3 multiples de 2, la probabilité d'obtenir un multiple de 2 est $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
- La relation entre la probabilité d'un événement B et celle de son contraire $\bar{B}$ est : $P(\bar{B}) = 1 - P(B)$.
 Ainsi : $P(\bar{B}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.
- Comme il y a 1 multiple de 5, la probabilité d'obtenir un multiple de 5 est $\frac{1}{6}$.

2

- Il y a 3 nounours verts et il y a 19 nounours possibles.
 La probabilité que son choix tombe sur l'un des nounours verts est donc de 3 chances sur 19, ce qui s'écrit aussi : $\frac{3}{19}$.
- Il y a 5 nounours rouges et il y a 19 nounours possibles.
 La probabilité que son choix tombe sur l'un des nounours rouges est donc de 5 chances sur 19, ce qui s'écrit aussi : $\frac{5}{19}$.
- Il y a 4 nounours noirs, donc il y a $19 - 4 = 15$ autres nounours et il y a 19 nounours possibles.

La probabilité que son choix ne tombe pas sur l'un des nounours noirs est donc de 15 chances sur 19, ce qui s'écrit aussi : $\frac{15}{19}$.

d. La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des issues qui le composent. Donc la probabilité que son choix tombe sur l'un des nounours verts ou rouges est :

$$\frac{3}{19} + \frac{5}{19} = \frac{8}{19}.$$

3

1. Il y a 4 issues équiprobables : (P,P) , (P,F) , (F,P) et (F,F) .

Il y a 1 issue qui comporte deux fois piles. Ainsi, la probabilité cherchée est : $\frac{1}{4}$.

2. Ne pas perdre un match, c'est, soit le gagner, soit faire un match nul. La probabilité est donc :

$$P = P(\text{« Gagner le match »}) + P(\text{« Match nul »})$$

$$P = 0,62 + 0,29$$

$$P = 0,91$$

3. Les nombres premiers inférieurs à 21 sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

La probabilité d'obtenir un nombre premier est donc : $\frac{8}{21}$.

4

1. Tout d'abord, on a 29 volatiles femelles et 15 perroquets femelles soit $29 - 15 = 14$ perruches femelles.

Il y a 15 perroquets femelles et 9 perroquets mâles soit $15 + 9 = 24$ perroquets au total.

Il y a 24 perroquets et 19 perruches soit $24 + 19 = 43$ volatiles au total.

Il y a 29 femelles et 43 volatiles soit $43 - 29 = 14$ mâles au total.

Enfin, il y a 9 perroquets mâles et 14 mâles soit $14 - 9 = 5$ perruches mâles.

Voici le tableau des effectifs :

	Perroquets	Perruches	Total
Femelles	15	14	29
Mâles	9	5	14
Total	24	19	43

2. Il y a 29 volatiles femelles et 43 volatiles donc la probabilité que le volatile capturé soit un perroquet femelle ou une perruche femelle est de : $\frac{29}{43}$.

3. Il y a 19 perruches et 43 volatiles donc la probabilité que le volatile capturé soit une perruche est de : $\frac{19}{43}$.

4. Il y a 15 perroquets femelles et 24 perroquets donc la probabilité que le volatile capturé soit un perroquet femelle est de : $\frac{15}{24}$.

5

a. La probabilité est donnée par :

$$P(\bar{F} \cap \bar{C}) = \frac{\text{Nombre d'hommes employés}}{\text{Effectif total}} = \frac{112}{180}.$$

b. La probabilité est donnée par :

$$\begin{aligned} P(F \cup \bar{C}) &= P(F) + P(\bar{C}) - P(F \cap \bar{C}) \\ &= \frac{33}{180} + \frac{131}{180} - \frac{19}{180} \\ &= \frac{145}{180} \end{aligned}$$

c. La probabilité est donnée par :

$$P = \frac{\text{Nombre d'hommes cadres}}{\text{Nombre de cadres}} = \frac{35}{49}.$$

QCM

- La relation entre la probabilité d'un événement A et celle de son contraire $\bar{A}$ est : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
Ainsi : $P(\bar{A}) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$.
La bonne réponse est la réponse **A**.
- On note A l'événement « au moins une pièce est défectueuse » et B l'événement « aucune pièce n'est défectueuse ».
Les événements A et B sont contraires.
Donc : $P(A) = 1 - P(B)$.
 $P(A) = 1 - 0,522 = 0,478$
La bonne réponse est la réponse **B**.
- La somme des probabilités doit être égale à 1.
Comme $\frac{1}{20} = 0,05$, on a :
 $x = 1 - (0,35 + 0,3 + 0,05)$
 $x = 0,3$
 $x = \frac{3}{10}$
La bonne réponse est la réponse **B**.
- En testant chacune des affirmations, on constate que seule l'affirmation correcte est :
La probabilité d'obtenir une boule portant un numéro impair est plus grande en choisissant l'urne A.
En effet :
Dans l'urne A, les issues favorables sont : 7, 21, 25.
 $P_A = \frac{3}{5}$
Dans l'urne B, les issues favorables sont : 15, 19.
 $P_B = \frac{2}{5}$
On a $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$, donc :
La probabilité d'obtenir une boule portant un numéro impair est plus grande en choisissant l'urne A.
La bonne réponse est la réponse **B**.
- Il y a en tout : $8 + 24 = 32$ élèves.
La probabilité de choisir une fille est de $\frac{8}{32}$.
La bonne réponse est la réponse **D**.

Corrections du chapitre 25

Calcul Mental

1. Le tiers de 33 est égal à : $33 \div 3 = 11$.
2. 10 % de 40 est égal à $40 \div 10 = 4$.
Donc 20 % de 40 est égal à $2 \times 4 = 8$.
3. Pour trouver l'heure de départ, on soustrait la durée du trajet de l'heure d'arrivée.
 $11 \text{ h } 55 \text{ min} - 45 \text{ min} = 11 \text{ h } 10 \text{ min}$.
Zoé est partie à **11 h 10 min**.
4. $\frac{1\,005}{100} = 1\,005 \times \frac{1}{100}$, donc 1 005 centièmes, soit **10,05**.
5. Le prix total est : $3 \times 2,30 = 6,90 \text{ €}$.
La monnaie à rendre est : $10 - 6,90 = \text{3,10 €}$.
6. $\frac{15}{65} = \frac{3 \times \cancel{5}}{13 \times \cancel{5}} = \frac{3}{13}$

Exercices d'entraînement

1

1. Il s'agit d'une probabilité conditionnelle. Le pourcentage s'applique sur l'ensemble des garçons.

$$P_{\bar{F}}(R) = 0,66.$$

2. Les probabilités conditionnelles se lisent sur la deuxième partie de l'arbre.

$$0,35 \text{ est une probabilité conditionnelle, } P_C(Z) = 0,35.$$

3. Les probabilités conditionnelles se lisent sur la deuxième partie de l'arbre.

$$0,56 \text{ est une probabilité conditionnelle, } P_{\bar{Z}}(H) = 0,56.$$

4. $P(A \cap \bar{B}) = P(A) \times P_A(\bar{B})$.

$$P(A) = 1 - 0,9 = 0,1.$$

$$P_A(\bar{B}) = 1 - 0,9 = 0,1.$$

Ainsi,

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) \times P_A(\bar{B}) = 0,1 \times 0,1 = \text{0,01}$$

5. D'après la formule des probabilités totales,

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) \\ &= P(A) \times P_A(B) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B) \\ &= 0,4 \times 0,7 + 0,6 \times 0,9 \\ &= \text{0,82} \end{aligned}$$

6. Réponse :

$$\begin{aligned} P_A(B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \\ &= \frac{0,13}{0,32} \\ &= \frac{13}{32} \end{aligned}$$

7. La probabilité est donnée par :

$$P_{\bar{V}}(\bar{F}) = \frac{\text{Nombre de garçons de moins de 20 ans}}{\text{Nombre de personnes de moins de 20 ans}} = \frac{78}{115}$$

8. Il s'agit d'une probabilité conditionnelle. Le pourcentage s'applique sur l'ensemble des personnes non malades.

$$P_{\bar{M}}(\bar{T}) = 0,9.$$

9. La probabilité est donnée par :

$$P(F \cap \bar{V}) = \frac{\text{Nombre de filles de moins de 20 ans}}{\text{Nombre total de personnes}} = \frac{62}{164}$$

10. $P_{R_1}(R_2)$ est la probabilité que le deuxième jeton soit rouge sachant que le premier est rouge.

Après avoir tiré un jeton rouge, il reste 1 jeton rouge et 7 jetons noirs, soit 8 jetons au total.

$$P_{R_1}(R_2) = \frac{1}{8}$$

2

Dans l'énoncé, 0,85 correspond à une probabilité conditionnelle : $P_R(V) = 0,85$.

$$P(V) = 0,749$$

Dans l'énoncé, 0,66 correspond à une probabilité conditionnelle : $P_{\bar{R}}(V) = 0,66$

3

1. Pour tout événement A (avec $P(A) \neq 0$) et B d'un univers Ω , on a :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \text{ ou encore } P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B).$$

En appliquant avec les données de l'énoncé, on obtient :

$$\begin{aligned} P(R \cap T) &= P(R) \times P_R(T) \\ &= 0,3 \times 0,35 \\ &= \mathbf{0,105} \end{aligned}$$

2. Pour tout événement A (avec $P(A) \neq 0$) et B d'un univers Ω , on a :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \text{ ou encore } P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B).$$

En appliquant avec les données de l'énoncé, on obtient :

$$\begin{aligned} P_A(B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \\ &= \frac{3}{32} \div \frac{3}{8} \\ &= \frac{3}{32} \times \frac{8}{3} \\ &= \mathbf{\frac{1}{4}} \end{aligned}$$

4

On a :

$$\begin{aligned} P_K(L) &= \frac{P(K \cap L)}{P(K)} \\ &= \frac{0,5187}{0,57} \\ &= \mathbf{0,91} \end{aligned}$$

5

1. A et $\bar{A}$ forment une partition de l'univers. Donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) \\ &= P(A) \times P_A(B) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B) \\ &= 0,9 \times 0,4 + 0,1 \times 0,8 \\ &= \mathbf{0,44} \end{aligned}$$

Ainsi, $P(B) = \mathbf{0,44}$.

2. On a :

$$\begin{aligned} P(A \cap \bar{C}) &= P(A) \times P_A(\bar{C}) \\ &= 0,3 \times 0,4 \\ &= \mathbf{0,12} \end{aligned}$$

6

1. $P(\bar{R} \cap T) = \frac{\text{Effectif de } \bar{R} \cap T}{\text{Effectif total}} = \frac{\mathbf{40}}{\mathbf{161}}$

$$P(\bar{R}) = \frac{\text{Effectif de } \bar{R}}{\text{Effectif total}} = \frac{\mathbf{90}}{\mathbf{161}}$$

$$P_R(T) = \frac{\text{Effectif de } R \cap T}{\text{Effectif de } R} = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{71}}$$

2. $P_S(\bar{T}) = \frac{\text{Effectif de } S \cap \bar{T}}{\text{Effectif de } S} = \frac{\mathbf{29}}{\mathbf{48}}$

$$P(\bar{T}) = \frac{\text{Effectif de } \bar{T}}{\text{Effectif total}} = \frac{\mathbf{114}}{\mathbf{177}}$$

$$P(S \cap T) = \frac{\text{Effectif de } S \cap T}{\text{Effectif total}} = \frac{\mathbf{19}}{\mathbf{177}}$$

QCM

1. On applique la formule de probabilité totale :

$$\begin{aligned} p(B) &= p(A) \times p_A(B) + p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(B) \\ &= 0,1 \times 0,7 + 0,9 \times 0,9 \\ &= 0,88. \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **B**.

2. On déduit de l'énoncé :

$$\begin{aligned} P(A) &= 1 - P(\bar{A}) \\ &= 1 - \frac{1}{5} \\ &= \frac{4}{5}. \end{aligned}$$

Avec la donnée de $P(A \cap C) = \frac{6}{25}$ dans l'énoncé, on peut alors calculer :

$$\begin{aligned} P_A(C) &= \frac{P(A \cap C)}{P(A)} \\ &= \frac{\frac{6}{25}}{\frac{4}{5}} \\ &= \frac{6}{25} \times \frac{5}{4} \\ &= \frac{3}{10} \end{aligned}$$

On sait alors que :

$$\begin{aligned} P_A(\bar{C}) &= 1 - P_A(C) \\ &= 1 - \frac{3}{10} \\ &= \frac{7}{10} \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **D**.

3. On sait que $P_C(A) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)}$

D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(C) &= p(A \cap C) + p(\bar{A} \cap C) \\ &= P(A) \times P_A(C) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(C) \\ &= \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} + \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \\ &= \frac{9}{100} + \frac{49}{100} \\ &= \frac{29}{50} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_C(A) &= \frac{P(A \cap C)}{P(C)} \\ &= \frac{P(A) \times P_A(C)}{P(C)} \\ &= \frac{\frac{9}{100}}{\frac{29}{50}} \\ &= \frac{9}{58} \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **D**.

4. On sait que :

$$\begin{aligned} P(A \cap C) &= P(A) \times P_A(C) \\ &= \frac{1}{10} \times \frac{9}{10} \\ &= \frac{9}{100} \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **B**.

5. $P_{A_1}(S)$ est la probabilité qu'une personne pratique un sport sachant qu'elle a moins de 25 ans.

Il y a 120 personnes de moins de 25 ans et parmi elles, 80 sont sportives.

$$\text{Donc : } P_{A_1}(S) = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}.$$

La bonne réponse est la réponse **C**.

6. On cherche quelle probabilité vaut $\frac{7}{17}$.

La probabilité conditionnelle $P_{A_3}(S)$ se calcule parmi les personnes de la catégorie « Plus de 45 ans ».

Il y a 70 personnes répondant aux deux critères sur 170 personnes dans cette catégorie.

$$\text{Donc : } P_{A_3}(S) = \frac{70}{170} = \frac{7}{17}.$$

La bonne réponse est la réponse **C**.

7. Après avoir tiré un jeton noir, il reste 2 jetons rouges et 2 jetons noirs, soit 4 jetons au total.

La probabilité que le deuxième jeton soit rouge sachant que le premier est noir est :

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

La bonne réponse est la réponse **D**.

Corrections du chapitre 26

Calcul Mental

1. $100 \div 5 = 20$
Donc, chaque groupe contient 20 élèves.
2. $\frac{2}{3}$ d'heure = $\frac{2}{3} \times 60 \text{ min} = 40 \text{ min}$
3. Le chiffre des millièmes est supérieur à 5, donc l'arrondi au centième de 43,677 est **43,68**
4. $-17 + 6 = -11$
5. On calcule la moyenne en divisant la somme des 3 nombres par 3 :
$$\frac{16 + 10 + 10}{3} = 12$$
6. $99 + 236 = 236 + 100 - 1 = 335$

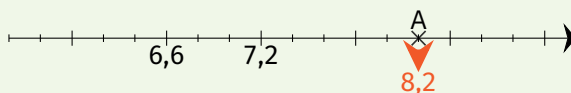
Exercices d'entraînement

1

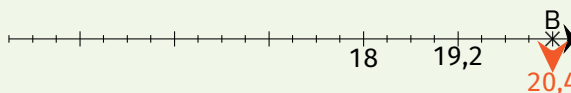
1. L'unité est divisée en 5 intervalles. Une graduation correspond donc à $\frac{1}{5}$. Comme le point A est situé à 4 graduations de l'origine, l'abscisse du point A est donc $\frac{1}{5} \times 4$, soit **0,8**.
2. L'abscisse du point A est $\frac{11}{4} = 2,75$
3. Entre 9 000 et 9 001, il y a 5 intervalles. Une graduation correspond donc à 0,2. Ainsi, l'abscisse du point A est **9 000,6**.
4. Entre 7,09 et 7,1, il y a 5 intervalles. Une graduation correspond donc à 0,002. Ainsi, l'abscisse du point A est **7,104**.
5. L'abscisse du point se lit sur l'axe horizontal. L'unité (sur l'axe des abscisses) est divisée en 3. Le point a pour abscisse $-\frac{7}{3}$. L'ordonnée du point se lit sur l'axe vertical. L'unité (sur l'axe des ordonnées) est divisée en 3. Le point a pour ordonnée $\frac{5}{3}$.

2

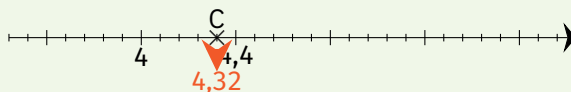
1. L'abscisse du point A est : **8,2**.
Notation : A(**8,2**).



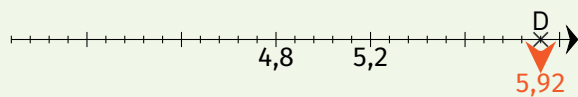
2. L'abscisse du point B est : **20,4**.
Notation : B(**20,4**).



3. L'abscisse du point C est : **4,32**.
Notation : C(**4,32**).

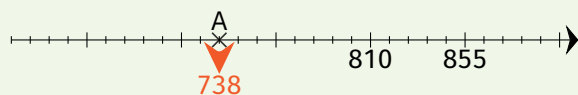


4. L'abscisse du point D est : **5,92**.
Notation : D(**5,92**).

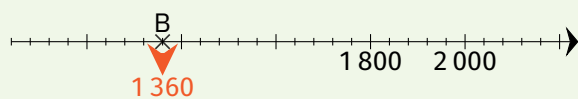


3

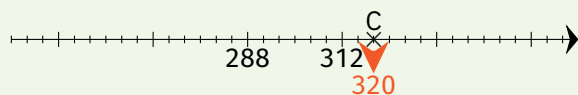
1. L'abscisse du point A est : 738.
Notation : A(738).



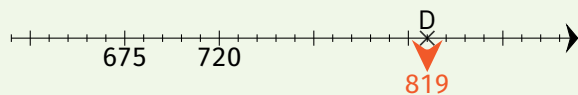
2. L'abscisse du point B est : 1 360.
Notation : B(1 360).



3. L'abscisse du point C est : 320.
Notation : C(320).

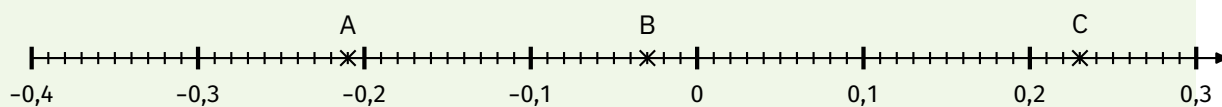


4. L'abscisse du point D est : 819.
Notation : D(819).

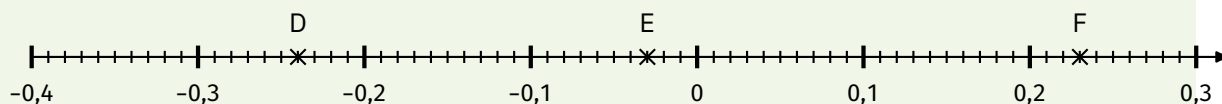


4

1.



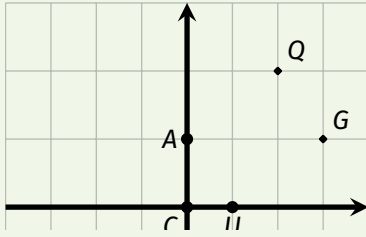
2.



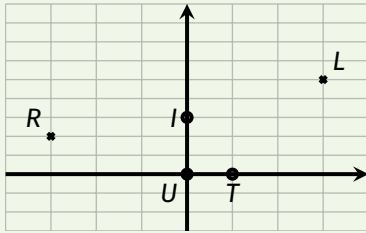
5

Dans le repère $(O; I; J)$ sont :
 $M(0; -1)$, $S(-3; -2)$, $N(-2; 1)$

- 6** Les points $R(1; -1)$, $Q(2; 2)$, $G(3; 1)$ dans le repère (C, U, A) :



- 7** Les points $P(-3; -\frac{5}{3})$, $L(3; \frac{5}{3})$, $R(-3; \frac{2}{3})$ dans le repère (U, T, I) :



- 8** Dans le repère $(O; I; J)$ sont :
 $L(\frac{3}{2}; 0)$, $A(\frac{1}{2}; -\frac{4}{3})$, $F(\frac{5}{2}; \frac{4}{3})$

QCM

- Le point A doit être placé à l'abscisse -0,055.
 Les autres propositions correspondent à des erreurs classiques : changement de signe ou confusion entre les puissances de 10.
- On lit d'abord l'abscisse sur l'axe horizontal, puis l'ordonnée sur l'axe vertical.
 Le point A a donc pour coordonnées $A(4; -2)$.
 La bonne réponse est la réponse **D**.
- Chaque unité est partagée en 3 parts égales : une petite graduation représente donc $\frac{1}{3}$.
 Le point A se trouve à la 5e petite graduation avant 0. Son abscisse est donc $-\frac{5}{3}$.
 La bonne réponse est la réponse **B**.
- Sur l'axe des abscisses, une petite graduation représente $\frac{1}{5}$. On lit donc $x_A = \frac{4}{5}$.
 Sur l'axe des ordonnées, une petite graduation représente $\frac{1}{3}$. On lit donc $y_A = \frac{-5}{3}$.
 Ainsi, les coordonnées du point A sont $A(\frac{4}{5}; \frac{-5}{3})$.
 La bonne réponse est la réponse **D**.

Corrections du chapitre 27

Calcul Mental

$$108 \times 23 - 8 \times 23 = (108 - 8) \times 23$$

1. $= 100 \times 23$
 $= 2\,300$

2. On divise chaque terme par 3 pour obtenir le terme suivant :
- $$27 \div 3 = 9$$
- $$9 \div 3 = 3$$
- $$3 \div 3 = 1$$
- $$1 \div 3 = \frac{1}{3}$$

$$2 \times ? - 1 = 139$$

$$2 \times ? = 139 + 1$$

3. $2 \times ? = 140$
 $? = \frac{140}{2}$
 $? = 70$

4. Le chiffre des centièmes est supérieur à 5, donc l'arrondi au dixième de 56,363 est 56,4.
5. 160 secondes = $2 \times 60 + 40$
Donc : 160 s = 2 min 40 s.
6. $-48 \div 6 = -8$
Le quotient de deux nombres de signes contraires est négatif.

Exercices d'entraînement

1

1. **Vrai**

Le périmètre du carré est : $4 \times 8 \text{ cm} = 32 \text{ cm}$.
Le périmètre du rectangle est : $2 \times 4 \text{ cm} + 2 \times 12 \text{ cm} = 32 \text{ cm}$.
Les deux périmètres sont égaux.

2. On calcule le périmètre d'un carré en multipliant par 4 la longueur de son côté.
On obtient donc la longueur du côté en divisant par 4 son périmètre : $14 \div 4 = 3,5 \text{ cm}$.

3. **Faux**

- Le carré a une aire de $5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$.
 - Le rectangle a une aire de $5 \times 8 = 40 \text{ cm}^2$.
- Ce qui fait une différence de $40 - 25 = 15 \text{ cm}^2$ et non pas de 16 cm^2 .

4. Le volume de ce pavé droit est : $5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 2$

$$\text{cm} = 30 \text{ cm}^3.$$

5. Le volume de cette pyramide est : $\frac{1}{3} \times 3 \times 10 \times 6 = 60 \text{ cm}^3$

Mentalement :

Le volume d'une pyramide est $\frac{1}{3} \times \text{Aire(Base)} \times \text{Hauteur}$.

Puisque la base est un rectangle et que l'aire d'un rectangle est donnée par le produit de la longueur par la largeur, le volume est donc le produit des trois valeurs données par $\frac{1}{3}$.
Comme l'une des trois longueurs est 3 et que $\frac{1}{3} \times 3 = 1$, on obtient le volume en multipliant les deux autres longueurs : $10 \times 6 = 60$.

2

a. $P_{JKLM} = 2 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$

b. $A_{JKLM} = 2 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$

c. $P_{NOP} = 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 2,8 \text{ cm} = 6,8 \text{ cm}$

d. $A_{NOP} = 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \div 2 = 2 \text{ cm}^2$

e. $P_{FGHI} = 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$

f. $A_{FGHI} = 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}^2$

3

1. Pour le périmètre, à la moitié d'un cercle, il faut penser à ajouter le diamètre du demi-cercle, pour fermer la figure.



$$P = (2 \times 2 \times \pi \div 2) + (2 \times 2) \approx 10,283 \text{ cm}$$

$$A = 2 \times 2 \times \pi \div 2 \approx 6,283 \text{ cm}^2$$

Les deux valeurs approchées au dixième de cm du périmètre de ce demi-disque sont donc **10,2 cm** et **10,3 cm**, sachant que la valeur la plus proche (**10,3 cm**) est la valeur arrondie.

Les deux valeurs approchées au dixième de cm² de l'aire de ce demi-disque sont donc **6,2 cm²** et **6,3 cm²**, sachant que la valeur la plus proche (**6,3 cm²**) est la valeur arrondie.

2. $P = 2 \times 5 \times \pi \text{ cm} = 10\pi \text{ cm} \approx 31,416 \text{ cm}$
 $A = 5 \times 5 \times \pi \text{ cm}^2 = 25\pi \text{ cm}^2 \approx 78,5398 \text{ cm}^2$

Les deux valeurs approchées au dixième de cm du périmètre de ce disque sont donc **31,4 cm** et **31,5 cm**, sachant que la valeur la plus proche (**31,4 cm**) est la valeur arrondie.

Les deux valeurs approchées au dixième de cm² de l'aire de ce disque sont donc **78,5 cm²** et **78,6 cm²**, sachant que la valeur la plus proche (**78,5 cm²**) est la valeur arrondie.

4

1. $V = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times (4 \text{ cm})^2 \times 8,9 \text{ dm} = \frac{1}{3} \times \pi \times (4 \text{ cm})^2 \times 89 \text{ cm} = \frac{1424}{3}\pi \approx 1491 \text{ cm}^3$

2. $V = c^3 = c \times c \times c = 13 \text{ mm} \times 13 \text{ mm} \times 13 \text{ mm} = 2197 \text{ mm}^3$

3. $V = l \times L \times h = 2 \text{ dm} \times 1 \text{ m} \times 30 \text{ cm} = 2 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} \times 3 \text{ dm} = 60 \text{ dm}^3$

4. $V = B \times h = \frac{6 \text{ cm} \times 49 \text{ mm}}{2} \times 1,4 \text{ dm} = \frac{6 \text{ cm} \times 4,9 \text{ cm}}{2} \times 14 \text{ cm} = 205,8 \text{ cm}^3$

5. $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times (4 \text{ dm})^3 = \frac{256}{3}\pi \text{ dm}^3 \approx 268 \text{ dm}^3$

6. $V = \pi \times R^2 \times h = \pi \times (9 \text{ cm})^2 \times 3,4 \text{ dm} = \pi \times 81 \text{ cm}^2 \times 34 \text{ cm} = 2754\pi \text{ cm}^3 \approx 8652 \text{ cm}^3$

QCM

1. Pour additionner les longueurs, il faut d'abord les exprimer dans la même unité :
 60 mm = 6 cm et 80 mm = 8 cm.

Le périmètre d'un quadrilatère est la somme des longueurs de ses quatre côtés.

$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA$$

$$= 2 + 6 + 3 + 8$$

$$= 19 \text{ cm.}$$

La bonne réponse est la réponse **A**.

2. Les côtés opposés de ABCD ont la même longueur et l'un de ses angles est droit : ABCD est donc un rectangle.

On convertit d'abord la largeur en centimètres : 20 mm = 2 cm.

L'aire de ce rectangle est :

$$A = AB \times BC = 7 \times 2 = 14 \text{ cm}^2.$$

La bonne réponse est la réponse **B**.

3. Les quatre demi-diagonales portent le même codage : les diagonales de ABCD se coupent donc en leur milieu et ont la même longueur.

Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme. Si ses diagonales ont aussi la même longueur, alors c'est un rectangle.

On convertit d'abord la largeur en centimètres : 40 mm = 4 cm.

L'aire de ce rectangle est :

$$A = AB \times BC = 6 \times 4 = 24 \text{ cm}^2.$$

La bonne réponse est la réponse **C**.

4. Le périmètre d'un cercle de rayon r est $P = 2 \times \pi \times r$.
Ainsi, $P = 2 \times \pi \times 6 = 12\pi \text{ cm}$.
La bonne réponse est la réponse **B**.
5. Le rayon est la moitié du diamètre : $r = 8 \div 2 = 4 \text{ cm}$.
L'aire d'un disque de rayon r est $A = \pi \times r^2$.
Ainsi, $A = \pi \times 4^2 = 16\pi \text{ cm}^2$.
La bonne réponse est la réponse **A**.
6. L'aire d'un triangle est donnée par la formule :
$$A = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$

Ici, la base mesure 12 cm et la hauteur relative à cette base mesure 10 cm.
$$A = \frac{12 \times 10}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ cm}^2$$
.
La bonne réponse est la réponse **C**.
7. Pour calculer l'aire, il faut d'abord exprimer les deux dimensions dans la même unité :
200 cm = 2 m.
L'aire d'un rectangle est le produit de sa longueur par sa largeur :
 $A = 8 \times 2 = 16 \text{ m}^2$.
La bonne réponse est la réponse **D**.
8. Le volume d'un cylindre de rayon de base r et de hauteur h est donné par la formule :
 $V = \pi r^2 h$.
Ici, $r = 3 \text{ cm}$ et $h = 11 \text{ cm}$.
Donc $V = \pi \times 3^2 \times 11 = 99\pi \text{ cm}^3$.
La bonne réponse est la réponse **A**.
9. Le volume d'un cylindre de rayon de base r et de hauteur h est donné par la formule :
 $V = \pi r^2 h$.
le rayon de la base vaut $r = 14 \div 2 = 7 \text{ cm}$.
Ici, $h = 60 \text{ cm}$.
Donc $V = \pi \times 7^2 \times 60 = 2940\pi \text{ cm}^3$.
La bonne réponse est la réponse **B**.
10. Le volume d'un cône de rayon de base r et de hauteur h est donné par la formule :
$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

Ici, $r = 9 \text{ cm}$ et $h = 10 \text{ cm}$.
Donc $V = \frac{\pi \times 9^2 \times 10}{3} = \frac{810\pi}{3} = 270\pi \text{ cm}^3$.
La bonne réponse est la réponse **D**.
11. Le volume d'un prisme droit dont la base mesure A et dont la hauteur est h est donné par :
 $V = A \times h$.
On convertit la hauteur en centimètres : 3 dm = 30 cm.
Donc $V = 90 \times 30 = 2\,700 \text{ cm}^3$.
La bonne réponse est la réponse **A**.

Corrections du chapitre 28

Calcul Mental

1. On utilise le résultat du calcul donné :
 $23 \times 8 = 23 \times (4 \times 2)$
 $= (23 \times 4) \times 2$
 $= 92 \times 2$
 $= 184$
2. 25 centaines = $25 \times 100 = 2\,500$.
3. Comme $25 \times 6 = 150$, le fleuriste peut faire au maximum 6 bouquets.
4. On commence par calculer $250 \times 4 = 1\,000$, puis on effectue $1\,000 \times 19 = 19\,000$.
5. Prendre le quart d'une quantité revient à la diviser par 4.
Ainsi, le quart de 200 g est égal à $200 \div 4 = 50$ g.
6. On décompose pour calculer plus simplement :
 $40 - 8,5 = 40 - 8 - 0,5$
 $= 32 - 0,5$
 $= 31,5$

Exercices d'entraînement

1

1. On utilise le théorème de Pythagore dans le triangle KLM , rectangle en L .
On obtient :
 $KL^2 + LM^2 = KM^2$
 $LM^2 = KM^2 - KL^2$
 $LM^2 = 6^2 - 4^2$
 $LM^2 = 36 - 16$
 $LM^2 = 20$
 $LM = \sqrt{20}$
En simplifiant, on obtient : $LM = 2\sqrt{5}$.
Mentalement :
La longueur LM est donnée par la racine carrée de la différence des carrés de 6 et de 4.
Cette différence vaut $36 - 16 = 20$.
La valeur cherchée est donc : $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.
2. Le triangle JML est un agrandissement du triangle JKN .
Le coefficient d'agrandissement est donné par : $\frac{LM}{KN} = \frac{8}{4} = 2$.
On en déduit que les longueurs du triangle JML sont 2 fois plus grandes que celles du triangle JKN .
Ainsi, $JM = 2 \times JK = 2 \times 5 = 10$.
3. On utilise le théorème de Pythagore dans le triangle HIJ , rectangle en H .
On obtient :
 $HI^2 + HJ^2 = IJ^2$
 $IJ^2 = HI^2 + HJ^2$
 $IJ^2 = \sqrt{6}^2 + 7^2$
 $IJ^2 = 6 + 49$
 $IJ^2 = 55$
 $IJ = \sqrt{55}$
Mentalement :
La longueur IJ est donnée par la racine carrée de la somme des carrés de $\sqrt{6}$ et de 7.

Cette somme vaut $6 + 49 = 55$ (n'oubliez pas que $(\sqrt{6})^2 = 6$).

La valeur cherchée est donc : $\sqrt{55}$.

4. Dans le triangle JKL rectangle en K , on a :

$$\sin \hat{L} = \frac{\text{Côté opposé à } \hat{L}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{5}{13}.$$

5. Les droites (HI) et (JK) sont parallèles, donc les triangles GHI et GJK sont en configuration de Thalès. Le triangle GJK est donc un agrandissement du triangle GHI .

Le coefficient d'agrandissement est donné par : $\frac{GJ}{GH} = \frac{8}{4} = 2$.

On en déduit que les longueurs du triangle GJK sont 2 fois plus grandes que les longueurs du triangle GHI .

Ainsi, $JK = 2 \times 6 = 12$.

2

1. Le triangle WXY est rectangle en W .

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$XY^2 = WX^2 + WY^2$$

$$XY^2 = 5^2 + 4,8^2$$

$$XY^2 = 25 + 23,04$$

$$XY^2 = 48,04$$

Donc :

$$XY = \sqrt{48,04} \text{ cm}$$

$$XY \approx 6,9 \text{ cm}$$

2. Le triangle EFG est rectangle en E .

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$FG^2 = EF^2 + EG^2$$

$$6,8^2 = EF^2 + 4,9^2$$

$$46,24 = EF^2 + 24,01$$

$$EF^2 = 46,24 - 24,01$$

$$EF^2 = 22,23$$

Donc :

$$EF = \sqrt{22,23} \text{ cm}$$

$$EF \approx 4,7 \text{ cm}$$

3. Le triangle JLK est rectangle en J .

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$LK^2 = JL^2 + JK^2$$

$$4,5^2 = JL^2 + 2,7^2$$

$$20,25 = JL^2 + 7,29$$

$$JL^2 = 20,25 - 7,29$$

$$JL^2 = 12,96$$

Donc :

$$JL = \sqrt{12,96} \text{ cm}$$

$$JL = 3,6 \text{ cm}$$

3

1. Les droites (GJ) et (HK) sont sécantes en I et $(GH) \parallel (JK)$

donc d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{IJ}{IG} = \frac{IK}{IH} = \frac{JK}{GH}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{4,2}{IH} = \frac{JK}{6}$$

$$JK = \frac{3 \times 6}{5} = 3,6 \text{ cm}$$

$$IH = \frac{4,2 \times 5}{3} = 7 \text{ cm}$$

2. Dans le triangle LMN :

$$\sim O \in [NL],$$

$$\sim P \in [NM],$$

$$\sim (LM) \parallel (OP),$$

donc d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{NO}{NL} = \frac{NP}{NM} = \frac{OP}{LM}$$

$$\frac{6,4}{8} = \frac{5,6}{NM} = \frac{OP}{6}$$

$$OP = \frac{6,4 \times 6}{8} = 4,8 \text{ cm}$$

$$NM = \frac{5,6 \times 8}{6,4} = 7 \text{ cm}$$

4

1. Dans le triangle EFG rectangle en E ,
le cosinus de l'angle $\widehat{EFG}$ est défini par :

$$\cos(\widehat{EFG}) = \frac{EF}{FG}.$$

Avec les données numériques :

$$\frac{\cos(45^\circ)}{1} = \frac{EF}{11}$$

Les produits en croix sont égaux, donc :

$$EF = 11 \times \cos(45^\circ)$$

$$\text{soit } EF \approx 7,8 \text{ m.}$$

2. Dans le triangle LMN rectangle en L ,
le sinus de l'angle $\widehat{LMN}$ est défini par :

$$\sin(\widehat{LMN}) = \frac{LN}{MN}$$

Avec les données numériques :

$$\frac{\sin(43^\circ)}{1} = \frac{LN}{11}$$

Les produits en croix sont égaux, donc :

$$LN = \frac{11 \times \sin(43^\circ)}{1}$$

$$\text{soit } LN \approx 7,5 \text{ mm.}$$

3. Dans le triangle RST rectangle en R ,
le cosinus de l'angle $\widehat{RST}$ est défini par :

$$\cos(\widehat{RST}) = \frac{RS}{ST}.$$

Avec les données numériques :

$$\frac{\cos(36^\circ)}{1} = \frac{8}{ST}$$

Les produits en croix sont égaux, donc :

$$ST = \frac{8 \times 1}{\cos(36^\circ)}$$

$$\text{soit } ST \approx 9,9 \text{ dm.}$$

4. Dans le triangle HIJ rectangle en H ,
le sinus de l'angle $\widehat{HIJ}$ est défini par :

$$\sin(\widehat{HIJ}) = \frac{HJ}{IJ}$$

Avec les données numériques :

$$\frac{\sin(51^\circ)}{1} = \frac{9}{IJ}$$

Les produits en croix sont égaux, donc :

$$IJ = \frac{9 \times 1}{\sin(51^\circ)}$$

$$\text{soit } IJ \approx 11,6 \text{ cm.}$$

QCM

1. $\sin \alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}.$

La bonne réponse est la réponse **B**.

2. Dans le triangle ABC rectangle en A , par rapport à l'angle $\widehat{ABC}$:

- le côté opposé est $[AC]$;
- le côté adjacent est $[AB]$;
- l'hypoténuse est $[BC]$.

Ainsi, $\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{35}.$

La bonne réponse est la réponse **D**.

$$3. \cos 30^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

On en déduit que $AB = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$.

La bonne réponse est la réponse **A**.

4. Les points J, C, H et J, Z, W sont alignés et les droites (CZ) et (HW) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès : $\frac{JZ}{JW} = \frac{CZ}{HW}$.

On en déduit que $JZ = \frac{JW \times CZ}{HW} = \frac{12 \times 2}{8} = 3 \text{ cm}$.

La bonne réponse est la réponse **C**.

5. Les points C, I, Q et N, I, D sont alignés et les droites (CN) et (QD) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès : $\frac{IN}{ID} = \frac{CN}{QD}$.

On en déduit que $IN = \frac{ID \times CN}{QD} = \frac{6 \times 6}{12} = 3 \text{ cm}$.

La bonne réponse est la réponse **A**.

6. Dans les triangles ZOR et ZCP , les points Z, O, C et Z, R, P sont alignés et les droites (OR) et (CP) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès : $\frac{ZO}{ZC} = \frac{OR}{CP}$.

On pose $ZO = x$. Comme $OC = 3 \text{ cm}$, on a $ZC = x + 3$.

On obtient donc l'équation : $\frac{x}{x+3} = \frac{2}{4}$.

Par produit en croix :

$$4x = 2(x+3)$$

$$4x = 2x + 6$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2} = 3.$$

Ainsi, $ZO = 3 \text{ cm}$.

La bonne réponse est la réponse **C**.

7. Le point Z appartient au segment $[XF]$. On calcule d'abord la longueur manquante :

$$ZX = XF - ZF = 25 - 20 = 5 \text{ cm}.$$

Les droites (XD) et (FP) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{XD}{FP} = \frac{ZX}{ZF}.$$

On en déduit que $FP = \frac{XD \times ZF}{ZX} = \frac{3 \times 20}{5} = 12 \text{ cm}$.

La bonne réponse est la réponse **A**.

8. Le triangle ABC est rectangle en A . D'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

$$\text{Donc } AB^2 = BC^2 - AC^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48.$$

Comme une longueur est positive, $AB = \sqrt{48} \text{ cm}$.

La bonne réponse est la réponse **C**.

9. Dans le triangle ABC rectangle en B , le côté $[AC]$ est l'hypoténuse.

D'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= 4^2 + 7^2$$

$$= 16 + 49$$

$$= 65.$$

Comme une longueur est positive, $AC = \sqrt{65}$ cm.

Dans le triangle AFC rectangle en F , le côté $[AC]$ est l'hypoténuse.

D'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AF^2 + FC^2$$

$$FC^2 = AC^2 - AF^2$$

$$= 65 - 7^2$$

$$= 65 - 49$$

$$= 16.$$

Comme une longueur est positive, $FC = 4$ cm.

La bonne réponse est la réponse **B**.

Corrections du chapitre 29

Centres Étrangers 2026, Spécialité

1. On a :

$$\begin{aligned} P(\bar{A} \cap B) &= P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B) \\ &= 0,6 \times 0,7 \\ &= 0,42 \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **B**.

2. Notons N le nombre total d'élèves en première générale.

L'énoncé nous indique que : $\frac{3}{5} \times N = 150$.

Ainsi :

$$N = 150 \times \frac{5}{3} = \frac{150 \times 5}{3} = 250$$

Le nombre d'élèves en première générale dans ce lycée est donc de **250**.

La bonne réponse est la réponse **B**.

3. On commence par calculer le quotient $\frac{A}{B}$ en multipliant par l'inverse de B :

$$\begin{aligned} \frac{A}{B} &= \frac{1}{3} \div \frac{5}{6} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} \\ &= \frac{1 \times 6}{3 \times 5} \\ &= \frac{6}{15} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

On ajoute ensuite 1 au résultat obtenu :

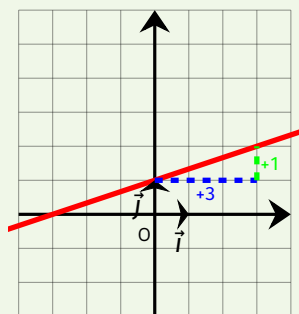
$$\begin{aligned} \frac{A}{B} + 1 &= \frac{2}{5} + 1 \\ &= \frac{2}{5} + \frac{1 \times 5}{5} \\ &= \frac{7}{5} \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse **B**.

4. Pour représenter la droite d'équation réduite $y = \frac{1}{3}x + 1$:

- L'ordonnée à l'origine est $p = 1$. La droite coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0; 1)$.

- Le coefficient directeur est $m = \frac{1}{3}$. En partant de l'ordonnée à l'origine, si on avance de 3 unité(s) vers la droite, on se décale de 1 unité(s) vers le haut.



La bonne réponse est la réponse **B**.

5. On utilise l'identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = x^3$ et $b = 1$.

$$(x^3 - 1)^2 = (x^3)^2 - 2 \times x^3 \times 1 + 1^2$$

$$= x^6 - 2x^3 + 1$$

La bonne réponse est la réponse **B**.

6. Le coefficient multiplicateur global est égal au produit des coefficients multiplicateurs successifs.

• Pour la hausse de 20 % : $CM_1 = 1 + 0,2 = 1,2$

• Pour la baisse de 50 % : $CM_2 = 1 - 0,5 = 0,5$

Le coefficient multiplicateur global est : $CM = CM_1 \times CM_2 = 1,2 \times 0,5 = 0,6$.

Le taux d'évolution global est donc : $t = CM - 1 = 0,6 - 1 = -0,4$.

Cela correspond donc à une baisse de 40 %.

La bonne réponse est la réponse **B**.

7. On sait que la classe compte 25 élèves au total.

On peut compléter le tableau avec les lignes et colonnes « Total » :

	16 ans ou moins	Plus de 16 ans	Total
Suivent la spé Mathématiques	8	6	14
Ne suivent pas la spé Mathématiques	7	4	11
Total	15	10	25

On cherche la probabilité qu'un élève suive la spécialité Mathématiques sachant qu'il a plus de 16 ans.

L'univers de cette probabilité conditionnelle est restreint aux élèves de plus de 16 ans (ils sont 10).

Parmi eux, 6 suivent la spécialité Mathématiques.

La probabilité est donc : $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

La bonne réponse est la réponse **B**.

8. On cherche à isoler y pour l'exprimer en fonction de x :

$$x = \frac{5}{2 + y}$$

$$x(2 + y) = 5$$

$$2 + y = \frac{5}{x}$$

$$y = \frac{5}{x} - 2$$

La bonne réponse est la réponse **B**.

Centres Étrangers 2026, Sans Spécialité

1. On applique la priorité de la multiplication sur la soustraction : on effectue d'abord la multiplication

$$2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

$$A = 4 - 2 \times \frac{1}{3}$$

$$= 4 - \frac{2}{3}$$

$$= \frac{4 \times 3}{3} - \frac{2}{3}$$

$$= \frac{12 - 2}{3}$$

$$= \frac{10}{3}$$

2. On respecte les priorités opératoires : on calcule d'abord la puissance, puis la multiplication, et enfin l'addition.

$$B = 2 \times 5^2 + 3$$

$$= 2 \times 25 + 3$$

$$= 50 + 3$$

$$= 53$$

3. Prendre 25 % d'un nombre revient à le diviser par 4, c'est-à-dire à le diviser par 2, puis encore par 2 (car $25\% = \frac{1}{4}$).

$$25\% \text{ de } 250 = (250 \div 2) \div 2$$

$$= 125 \div 2$$

$$= 62,5$$

4. Une baisse de 15 % revient à multiplier par le coefficient multiplicateur $CM = 1 - \frac{15}{100} = 1 - 0,15 = 0,85$.

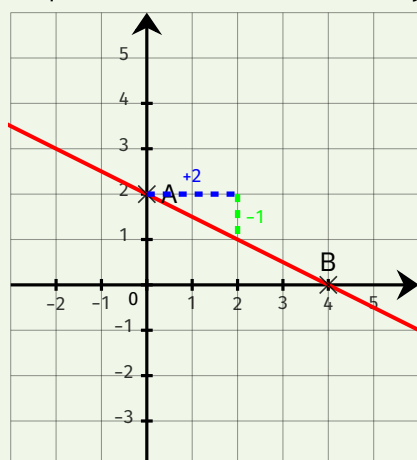
Le calcul à effectuer est donc $300 \times 0,85$.

5. Par lecture graphique :

- La droite coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées (0 ; 2), donc l'ordonnée à l'origine est $p = 2$.

- En partant de ce point, si on avance de 2 unités vers la droite, on se décale de 1 unité vers le bas. Le coefficient directeur est donc $m = -0,5$.

L'équation réduite est de la forme $y = mx + p$, ce qui donne $y = -0,5x + 2$.



6. On remplace x par -1 en plaçant ce nombre négatif entre parenthèses :

$$\begin{aligned}
 2 \times (-1)^2 - 3 \times (-1) - 4 &= 2 \times 1 + 3 - 4 \\
 &= 2 + 3 - 4 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

7. On utilise l'identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = x$ et $b = 4$.

$$\begin{aligned}
 (x - 4)^2 &= x^2 - 2 \times x \times 4 + 4^2 \\
 &= x^2 - 8x + 16
 \end{aligned}$$

8. Pour résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 3$, on cherche les abscisses des points de la courbe situés au-dessus de la droite horizontale d'équation $y = 3$ (ou sur cette droite).

La courbe coupe cette droite en deux points d'abscisses $x = -5$ et $x = -2$.

Elle est située au-dessus de cette droite pour les abscisses appartenant à l'ensemble $S = [-5; -2]$.

9. On reconnaît une équation produit nul.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si, l'un au moins de ses facteurs est nul.

$(2x + 4)(-3x - 9) = 0$ équivaut à $2x + 4 = 0$ ou $-3x - 9 = 0$.

• $2x + 4 = 0$ a pour solution $x = -2$;

• $-3x - 9 = 0$ a pour solution $x = -3$.

L'ensemble des solutions est $S = \{-3; -2\}$.

10. On multiplie les deux membres par R^2 , puis on divise par $G \times m_2$:

$$\begin{aligned}
 F &= G \times \frac{m_1 \times m_2}{R^2} \\
 F \times R^2 &= G \times m_1 \times m_2 \\
 m_1 &= \frac{F \times R^2}{G \times m_2}
 \end{aligned}$$

On obtient $m_1 = \frac{F \times R^2}{G \times m_2}$.

11. La probabilité conditionnelle $P_{\bar{A}}(\bar{B})$ se lit directement sur la branche allant de $\bar{A}$ à $\bar{B}$:

$$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = 0,6$$

12. Les deux branches issues de A ont des probabilités dont la somme vaut 1, donc :

$$\begin{aligned}
 P_A(\bar{B}) &= 1 - P_A(B) \\
 &= 1 - 0,3 \\
 &= 0,7
 \end{aligned}$$

Centres Étrangers 2026, Technologique

1. On écrit l'entier sous la forme d'une fraction de dénominateur 2 :

$$\begin{aligned} 5 - \frac{3}{2} &= \frac{10}{2} - \frac{3}{2} \\ &= \frac{10-3}{2} \\ &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

2. Pour calculer la puissance d'une puissance, on utilise la propriété : $(a^n)^m = a^{n \times m}$.

$$\begin{aligned} (2^3)^{-5} &= 2^{3 \times (-5)} \\ &= 2^{-15} \end{aligned}$$

3. Diminuer un prix de 20 % revient à le multiplier par $1 - \frac{20}{100}$.

$$1 - \frac{20}{100} = 1 - 0,2 = 0,8.$$

Le nouveau prix s'obtient donc par le calcul : $990 \times 0,8$.

La bonne réponse est **990 × 0,8**.

4. L'événement « obtenir un nombre supérieur ou égal à 5 » est réalisé si l'on obtient un 5 ou un 6. Ces deux issues étant incompatibles, on additionne leurs probabilités :

$$P(5) + P(6) = 0,3 + 0,3 = 0,6.$$

La bonne réponse est donc **0,6**.

5. Un produit de facteurs est nul si, et seulement si, l'un au moins de ses facteurs est nul.

$$(x - 2)(2x + 1) = 0 \text{ équivaut à } x - 2 = 0 \text{ ou } 2x + 1 = 0.$$

- $x - 2 = 0$ a pour solution $x = 2$.
- $2x + 1 = 0$ a pour solution $x = -\frac{1}{2}$.

Les solutions sont donc **2 et $-\frac{1}{2}$** .

6. Pour déterminer la médiane, il est très utile de rajouter une ligne avec les effectifs cumulés croissants (E.C.C.) au tableau :

Note	7	10	12	14
Nombre d'élèves	5	7	8	10
Effectifs cumulés croissants	5	12	20	30

L'effectif total est $N = 30$ élèves.

Ce nombre étant pair, une médiane est la moyenne entre la 15^e et la 16^e note.

En lisant la ligne des effectifs cumulés croissants, on observe que la 15^e et la 16^e note valent toutes les deux 12.

La médiane est donc **12**.

7. Pour résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 0$, on cherche les abscisses des points de la courbe situés au-dessus de la droite horizontale d'équation $y = 0$ (ou sur cette droite).

La courbe coupe cette droite en deux points d'abscisses $x = -3$ et $x = -1$.

Elle est située au-dessus de cette droite pour les abscisses appartenant à l'ensemble **$[-4; -3] \cup [-1; 3]$** .

8. Le pourcentage d'élèves pratiquant un sport correspond à la proportion d'élèves sportifs par rapport au total, ramenée à une fraction sur 100.



$$\frac{150}{500} = \frac{150 \div 5}{500 \div 5}$$

$$= \frac{30}{100}$$

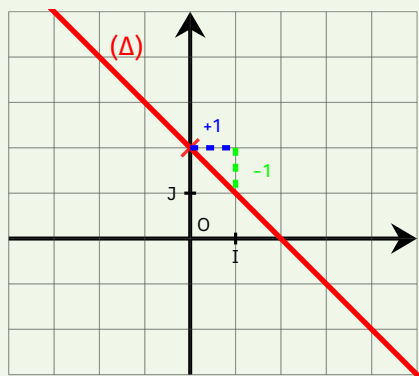
La bonne réponse est donc 30 %.

France Métropole 2026, Spécialité

1. On utilise l'identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 3x$ et $b = 2$.
 $(3x - 2)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2$

$$= 9x^2 - 12x + 4$$

2. L'équation réduite d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées est de la forme $y = ax + b$.



- L'ordonnée à l'origine b se lit sur l'axe des ordonnées : la droite coupe cet axe en $y = 2$, donc $b = 2$.
- Le coefficient directeur a se lit graphiquement : en partant de ce point, lorsqu'on avance de 1 unité vers la droite (en bleu), la droite descend de 1 unité (en vert).
Donc $a = -1$.

L'équation de la droite est donc $y = -x + 2$.

3. Si 75 % des élèves étudient le grec, alors $100\% - 75\% = 25\%$ des élèves étudient le latin.
On sait que ces 25 % représentent 9 élèves.
Or, 25 % correspond à un quart de la classe.
Le nombre total d'élèves est donc $4 \times 9 = 36$.
4. Augmenter le prix d'un article de 15 % revient à multiplier le prix par un coefficient multiplicateur égal à :
 $1 + 0,15 = 1,15$.
5. On cherche d'abord un ordre de grandeur du dénominateur :
 $3\,200 \approx 3\,000$.

Le calcul devient alors : $\frac{150\,000}{3\,000}$.

On simplifie la fraction par 1 000 : $\frac{150}{3} = 50$.

La valeur la plus proche est donc 50.

6. On convertit la durée totale de la vidéo en secondes :
 $1 \text{ min } 40 \text{ s} = 100 \text{ s}$.

On divise ensuite le nombre total d'images par la durée en secondes : $\frac{2\,400}{100} = 24$.

La vidéo comporte donc 24 images/seconde.

7. Un point $M(x; y)$ appartient à la courbe représentative C_f d'une fonction f si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation $y = f(x)$.

On calcule $f(3)$ pour vérifier si le point C est sur C_f :

$$f(3) = 0,5(3 - 3)^2 + 10$$

$$f(3) = 0,5 \times 0^2 + 10$$

$$f(3) = 10$$

On retrouve l'ordonnée du point C, donc le point C appartient bien à la courbe C_f .

En effectuant la même démarche pour les autres points proposés, on constate que l'image de leur abscisse par la fonction f ne correspond pas à leur ordonnée.

La bonne réponse est donc **C(3; 10)**.

8. Pour simplifier cette expression, on utilise les propriétés des puissances de 10 :

$$A = \frac{10^{201} \times 10^{-4}}{(10^2)^{100}}$$

$$A = \frac{10^{201+(-4)}}{10^{2 \times 100}}$$

$$A = \frac{10^{197}}{10^{200}}$$

$$A = 10^{197-200}$$

$$A = 10^{-3}$$

$$A = 0,001$$

La bonne réponse est donc **A = 0,001**.

France Métropole 2026, Sans Spécialité

1. On peut transformer la fraction pour obtenir un dénominateur égal à 10 :

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4.$$

2. Il y a plusieurs façons de calculer ce pourcentage :

Méthode 1 :

Prendre 10 % de 150 revient à diviser 150 par 10, ce qui donne 15.

Pour obtenir 30 % de 150, on multiplie ce résultat par 3 :

$$3 \times 15 = 45.$$

Méthode 2 :

Pour calculer 30 % de 150, on peut décomposer 150 en 100 + 50.

• 30 % de 100 est égal à 30.

• 50 représentant la moitié de 100, 30 % de 50 correspond à la moitié de 30, soit 15.

Il suffit ensuite d'additionner ces deux résultats : $30 + 15 = 45$.

3. Les antécédents se lisent sur l'axe des abscisses (axe horizontal).

Pour trouver un antécédent de 3 par la fonction f , on cherche la (ou les) abscisse(s) des points de la courbe dont l'ordonnée est 3.

On se place à la valeur 3 sur l'axe des ordonnées (axe vertical), on se déplace horizontalement jusqu'à rencontrer la courbe, puis on lit l'abscisse correspondante sur l'axe des abscisses.

On lit ici que le point de la courbe d'ordonnée 3 a pour abscisse 1.

Donc un antécédent de 3 est 1.

4. Il s'agit d'une équation du premier degré. On regroupe les termes en x dans le membre de gauche et les termes constants dans le membre de droite :

$$7x + 4 = 5x + 6$$

$$7x - 5x = 6 - 4$$

$$2x = 2$$

$$x = \frac{2}{2}$$

$$x = 1$$

5. Pour trouver le prix final, on calcule le prix intermédiaire après la première évolution, puis on applique la deuxième évolution sur ce nouveau prix.

• Étape 1 : Prix après la diminution de 10 %

Diminuer un prix de 10 % revient à le multiplier par $1 - 0,1 = 0,9$.

Le prix intermédiaire est donc : $50 \times 0,9 = 45$ €.

• Étape 2 : Prix final après l'augmentation de 10 %

Augmenter un prix de 10 % revient à le multiplier par $1 + 0,1 = 1,1$.

On applique cette augmentation sur le prix intermédiaire :

$$45 \times 1,1 = 49,50 \text{ €}.$$

Remarque : Une baisse de 10 % suivie d'une hausse de 10 % ne ramène pas le prix à sa valeur initiale, car la hausse s'applique sur un prix qui a déjà diminué.

6. Pour trouver l'ordonnée y du point d'abscisse $x = -1$ situé sur la courbe, on remplace x par -1 dans l'équation de la courbe :

$$y = 2 \times (-1)^2 - (-1) + 3$$

$$y = 2 \times 1 + 1 + 3$$

$$y = 6$$

Le point de la courbe d'abscisse -1 a donc pour ordonnée 6.

C'est donc le point $D(-1 ; 6)$ qui est sur la courbe.

7. Le coefficient directeur m d'une droite passant par deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ est donné par la formule :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$m = \frac{4 - 2}{-3 - (-1)}$$

$$m = \frac{2}{-2}$$

$$m = -1$$

Le coefficient directeur de la droite est donc **-1**.

8. Pour déterminer la médiane d'une série statistique, on commence par ranger les valeurs dans l'ordre croissant :

$$2 \leq 2 \leq 3 \leq 3 \leq 4 \leq 5$$

L'effectif total est de 6 (un nombre pair).

La médiane est donc comprise entre la 3^e valeur et la 4^e valeur.

Ces deux valeurs centrales étant identiques et égales à 3, la médiane est **3**.

France Métropole 2026, Technologique

- Prendre 10 % de 500 revient à diviser 500 par 10, ce qui donne 50.
Pour obtenir 20 % de 500, on multiplie ce résultat par 2 : $2 \times 50 = 100$.
Il y a donc **100** élèves externes dans ce lycée.

- Augmenter un effectif de 5 % revient à le multiplier par un coefficient multiplicateur égal à :

$$1 + \frac{5}{100} = 1 + 0,05 = \mathbf{1,05}.$$

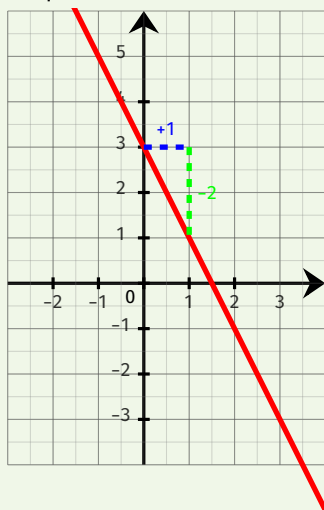
- On a $4 = \frac{4}{1}$:

$$\begin{aligned} 4 \times \frac{2}{3} &= \frac{4}{1} \times \frac{2}{3} \\ &= \frac{4 \times 2}{1 \times 3} \\ &= \mathbf{\frac{8}{3}} \end{aligned}$$

- Une équation de la forme $x^2 = k$ avec $k > 0$ admet deux solutions réelles opposées.
La bonne réponse est donc **$x^2 = 4$** .

Rappel :

- L'équation $ax = b$ a une solution si $a \neq 0$;
 - L'équation $\frac{a}{x} = k$ (avec $a \neq 0$) a une solution si $k \neq 0$, aucune si $k = 0$;
 - L'équation $x^2 = k$ a deux solutions si $k > 0$, une seule si $k = 0$, aucune si $k < 0$.
- Par lecture graphique :
 - La droite coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées (0;3), donc l'ordonnée à l'origine est $p = 3$.
 - En partant de ce point, si on avance de 1 unité vers la droite, on se décale de 2 unités vers le bas pour rejoindre la droite. Le coefficient directeur est donc $m = -2$.
- L'équation réduite est de la forme $y = mx + p$, ce qui donne **$y = -2x + 3$** .



- On remplace x par -2 :

$$\begin{aligned} f(-2) &= (-2) \times (3 \times (-2) - 6) \\ &= (-2) \times (-6 - 6) \\ &= (-2) \times (-12) \\ &= \mathbf{24} \end{aligned}$$
- Chercher les antécédents de 0 revient à résoudre $f(x) = 0$, soit $x(3x - 6) = 0$.
On reconnaît une équation produit nul : un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul. On a donc :

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad 3x - 6 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad 3x = 6$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 2$$

Le nombre 0 admet donc deux antécédents : 0 et 2.

8. La courbe coupe l'axe des abscisses en $x = 2$ et $x = 6$.

La fonction est positive lorsque sa courbe représentative est située au-dessus de l'axe des abscisses et elle est négative lorsque sa courbe est au-dessous de l'axe des abscisses. On lit donc le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	2	6	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

9. La distance totale est égale au nombre de tours multiplié par la longueur d'un tour :

$$20 \times 4\,500 = 90\,000 \text{ m.}$$

On convertit en kilomètres en divisant par 1 000 :

$$90\,000 \text{ m} = 90 \text{ km.}$$

10. La moyenne est pondérée par les coefficients.

$$\overline{M} = \frac{10 \times 2 + 16 \times 1}{2 + 1} = \frac{36}{3} = 12$$

11. On choisit le client conditionnellement à l'événement « a acheté un aspirateur sans fil ».

L'univers de cette probabilité est donc restreint à la ligne « Sans fil », qui compte 90 clients au total.

Parmi ces 90 clients, l'effectif de ceux ayant acheté un aspirateur avec sac est de 20.

La probabilité est donc : $\frac{20}{90}$.

12. Par simple lecture visuelle du diagramme circulaire, on peut procéder par élimination :

- Les **Berlines** occupent exactement la moitié du disque, soit 50 %.
- Les **Monospaces** occupent un quart du disque (angle droit), soit 25 %.
- Il reste donc 25 % pour les deux dernières catégories réunies.
- Le secteur des **Cabriolets** est visiblement plus grand que celui des **Tout terrain**. Il représente donc plus de la moitié de ces 25%, c'est-à-dire plus de 12,5%.

Parmi les propositions données, seule la valeur de 18 % est cohérente avec cette observation (les autres valeurs étant soit trop petites, soit supérieures au quart restant du disque).

Antilles Guyane 2026, Spécialité

1. On reconnaît une différence de deux carrés : $9x^2 - \frac{1}{9} = (3x)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2$.

On applique l'identité $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ avec $a = 3x$ et $b = \frac{1}{3}$:

$$9x^2 - \frac{1}{9} = \left(3x - \frac{1}{3}\right)\left(3x + \frac{1}{3}\right).$$

2. On remplace chaque lettre par sa valeur :

$$\begin{aligned} E &= \frac{x - y}{zt} \\ &= \frac{3 - (-2)}{(-3) \times (-4)} \\ &= \frac{5}{12} \\ &= \frac{5}{12} \end{aligned}$$

3. On lit le signe de $f(-4)$ et de $f(-1)$ sur le graphique :

- $f(-4)$ est positif (la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses en $x = -4$);
- $f(-1)$ est négatif (la courbe est en-dessous de l'axe des abscisses en $x = -1$).

Le quotient de deux nombres de signes contraires est négatif, donc $A < 0$.

4. On résout l'inéquation (I) :

$$-2x + 2 \geq 0$$

$$-2x \geq -2$$

$$x \leq \frac{-2}{-2} \text{ (on divise les deux membres par } -2 < 0, \text{ on change le sens de l'inégalité)}$$

$$x \leq 1$$

Donc $S =] -\infty; 1]$.

5. Les expressions proposées sont des formes factorisées de polynômes du second degré.

D'après le tableau, f s'annule en $x = -3$ et $x = 2$: ce sont les racines x_1 et x_2 .

À l'extérieur des racines, $f(x)$ est positive : le coefficient a est donc positif ($a > 0$).

Une seule expression vérifie ces conditions, il s'agit de $f(x) = (x + 3)(x - 2)$.

6. On traduit chaque variation par un coefficient multiplicateur :

$$\bullet \text{ baisse de } 50\% : CM_1 = 1 - 0,5 = 0,5$$

$$\bullet \text{ augmente de } 40\% : CM_2 = 1 + 0,4 = 1,4$$

Le coefficient multiplicateur global CM_G des deux variations est :

$$CM_G = CM_1 \times CM_2 = 0,5 \times 1,4 = 0,7$$

Le taux d'évolution global T_g est donc :

$$T_g = CM_G - 1 = 0,7 - 1 = -0,3$$

Comme le taux T_g est négatif, le prix a globalement baissé.

Cela équivaut à **une baisse de 30 %**.

7. Puisqu'il y a 40 % d'hommes, le pourcentage de femmes dans l'association est de :

$$100\% - 40\% = 60\%.$$

Notons N la population totale cherchée.

On sait que 60 % de N correspond aux 30 femmes, ce qui peut s'écrire :

$$0,6 \times N = 30$$

On en déduit :

$$N = \frac{30}{0,6} = 50$$

8. Vérifions chaque égalité en utilisant les propriétés des puissances :

$$\bullet \frac{a^8}{a^{-5}} = a^{8-(-5)} = a^{8+5} = a^{13}.$$

L'égalité $\frac{a^8}{a^{-5}} = a^3$ est donc fausse.

$$\bullet \frac{a^{30}}{a^2} = a^{30-2} = a^{28}.$$

L'égalité $\frac{a^{30}}{a^2} = a^{15}$ est donc fausse.

$$\bullet (a^{10})^3 = a^{10 \times 3} = a^{30}.$$

L'égalité $(a^{10})^3 = a^{13}$ est donc fausse.

$$\bullet \frac{a \times a^5}{a^2} = \frac{a^1 \times a^5}{a^2} = \frac{a^{1+5}}{a^2} = a^{6-2} = a^4.$$

L'égalité $\frac{a \times a^5}{a^2} = a^4$ est donc vraie.

Antilles Guyane 2026, Sans Spécialité

1. Pour soustraire deux fractions, on les réduit au même dénominateur.

$$\begin{aligned}\frac{2}{5} - \frac{3}{10} &= \frac{2 \times 2}{5 \times 2} - \frac{3}{10} \\ &= \frac{4}{10} - \frac{3}{10} \\ &= \frac{4-3}{10} \\ &= \frac{1}{10}\end{aligned}$$

2. Une fonction affine f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par une expression de la forme $f(x) = ax + b$ avec a et b des réels.

Parmi les propositions, seule l'expression de la fonction g peut se ramener à cette forme :

$$f(x) = \frac{5}{2}x - 5 \text{ correspond bien à la forme } ax + b \text{ avec } a = \frac{5}{2} \text{ et } b = -5.$$

3. L'équation $y = x + 1$ est de la forme $y = mx + p$ avec $m = 1$ (coefficient directeur) et $p = 1$ (ordonnée à l'origine).

- L'ordonnée à l'origine vaut 1 : la droite coupe l'axe des ordonnées en $(0; 1)$. On écarte les droites qui le coupent en $(0; -1)$.

- Le coefficient directeur vaut 1 : la droite est croissante. On écarte la droite de pente opposée.

Seule la droite d_1 vérifie ces deux conditions.

4. Rouler à 60 km/h signifie que l'on parcourt 60 km en 1 heure.

- Pendant 2 heures, l'automobiliste parcourt : $2 \times 60 = 120$ km.

- Pendant 30 minutes (qui représente une demi-heure), il parcourt la moitié de la distance, soit : $60 \div 2 = 30$ km.

La distance totale parcourue est donc de : $120 + 30 = 150$ km.

5. Une augmentation de 20 % revient à multiplier le prix initial par le coefficient multiplicateur $1 + \frac{20}{100} = 1,2$.

Le calcul est donc : $200 \times 1,2$.

6. On utilise l'identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (ici avec $a = 2x$ et $b = 5$).

$$\begin{aligned}(2x - 5)^2 &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2 \\ &= 4x^2 - 20x + 25\end{aligned}$$

L'expression développée et réduite est donc : $4x^2 - 20x + 25$.

7. On remplace U par 20 et P par 80 dans la formule :

$$R = \frac{20^2}{80} = \frac{400}{80} = 5$$

8. Pour comparer ces nombres facilement, on peut tous les écrire sous la forme d'une fraction de numérateur 1.

$$\text{On sait que } D = 0,1 = \frac{1}{10}.$$

Pour des fractions de même numérateur positif, la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.

On compare les dénominateurs : $12 > 10 > 9 > 8$.

On en déduit l'ordre croissant des fractions : $\frac{1}{12} < \frac{1}{10} < \frac{1}{9} < \frac{1}{8}$.

Soit : $C < D < B < A$.

Le plus petit de ces nombres est donc C .

Antilles Guyane 2026, Technologique

1. La remise est de 20 €. Elle s'applique sur le prix initial de 100 €.

$$\frac{\text{remise}}{\text{prix initial}} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0,2 = 20\%.$$

La remise est donc de **20 %**.

2. Prendre 60 % des personnes, c'est multiplier leur nombre par $\frac{60}{100} = 0,6$.

10 % de ces personnes sont mineurs, soit 0,1 fois le nombre des personnes qui ont moins de 25 ans.

La proportion de mineurs dans la salle est donc égale à : $0,6 \times 0,1 = \mathbf{0,06}$.

3. On calcule les coefficients multiplicateurs de chaque évolution ($CM = 1 + T$, avec T le taux d'évolution) :

$$CM_1 = 1 + 0,1 = 1,1 \text{ et } CM_2 = 1 - 0,2 = 0,8.$$

Le coefficient multiplicateur global est donné par :

$$CM_G = CM_1 \times CM_2 = 1,1 \times 0,8 = 0,88.$$

Le taux global d'évolution est :

$$T_G = CM_G - 1 = 0,88 - 1 = -0,12 = -12\%.$$

L'évolution globale est une **baisse de 12 %**.

4. On applique la formule de conversion :

$$F = 1,8 \times 100 + 32 = 180 + 32 = \mathbf{212^\circ F}.$$

5. On part de $F = 1,8C + 32$ et on isole C :

$$F = 1,8C + 32 \Leftrightarrow F - 32 = 1,8C \Leftrightarrow \frac{F - 32}{1,8} = C$$

$$\text{Donc } C = \frac{F - 32}{1,8}.$$

6. Diviser par 15 revient à multiplier par son inverse : $\frac{1}{15}$

Ainsi :

$$\begin{aligned} A &= \frac{5}{\frac{3}{15}} \\ &= \frac{5}{3} \times \frac{1}{15} \\ &= \frac{5}{3 \times 15} \\ &= \frac{\cancel{5}}{3 \times \cancel{5} \times 3} \\ &= \frac{1}{9} \end{aligned}$$

7. La droite (d) passe par les points $A(4; 0)$ et $B(0; 2)$.

Son coefficient directeur est donc :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - 0}{0 - 4} = \frac{2}{-4} = -0,5$$

Son ordonnée à l'origine est : $y_B = 2$

L'équation réduite de la droite (d) est donc :

$$\mathbf{y = -0,5x + 2}$$

8. Le coefficient directeur de la droite (EF) est donné par la formule :

$$a = \frac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = \frac{15 - 25}{5 - 20} = \frac{-10}{-15} = \frac{2}{3}$$

9. La fonction f s'annule en $x = -1$. Entre -5 et -1 , la fonction est positive et entre -1 et 3 elle est négative.

- 10.** La valeur de Q3 est telle qu'au moins 75 % des notes sont inférieures ou égales à cette valeur.
Donc la proportion d'élèves ayant une note inférieure ou égale à 12 est supérieure ou égale à 75 %.
- 11.** La proportion de joueurs de 24 ans et moins est la somme des pourcentages des classes d'âge inférieures ou égales à 24 ans, soit :
 $8,5 \% + 12,5 \% + 18,9 \% = 39,9 \%$
- 12.** Il y a 800 élèves au total, dont 500 garçons.
Parmi ces 500 garçons, 200 garçons ne pratiquent pas une activité sportive.
Donc la probabilité qu'un élève choisi au hasard parmi les garçons ne pratique pas une activité sportive est :
 $p = \frac{200}{500}$