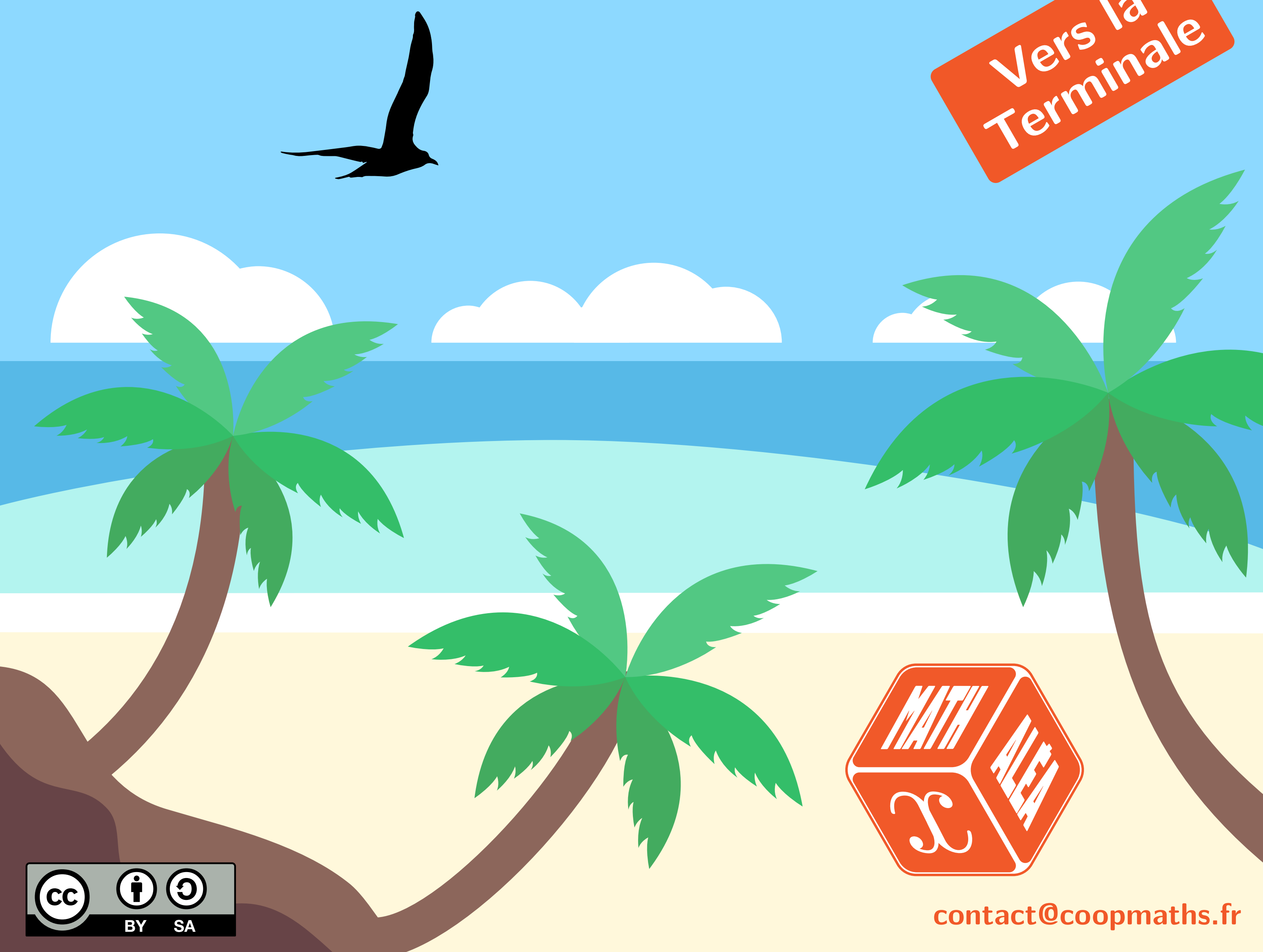
COOP MATHS

Vers la Terminale



contact@coopmaths.fr

Présentation

Coopmaths

Qui sommes-nous ?

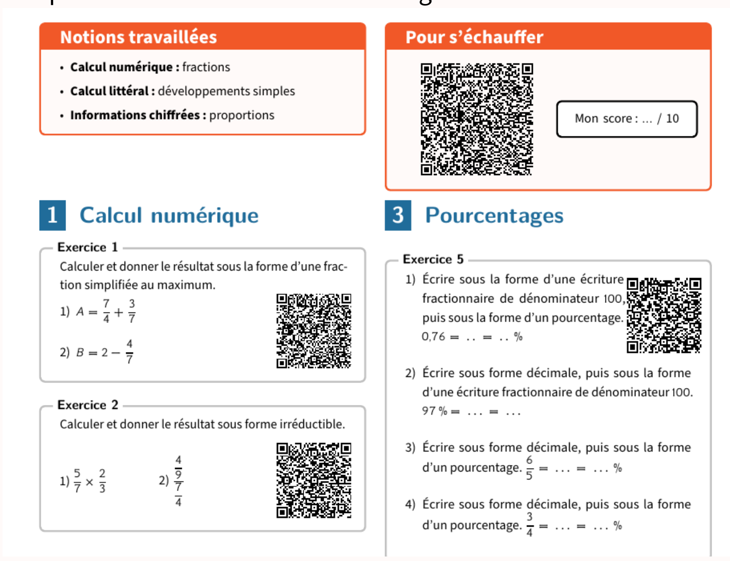
Coopmaths est une association d'enseignants de mathématiques qui promeut la coopération entre élèves et la mutualisation entre professeurs. Elle développe le site https://coopmaths.fr/ et, en particulier, le générateur d'exercices aléatoires MathALÉA, sur lequel s'appuie ce cahier.
Tous les membres de l'association sont des bénévoles et développent ces outils sur leur temps libre.

Nos valeurs

Ce cahier, comme l'intégralité de nos ressources, est accessible librement et sans restriction. Les fichiers de ce cahier, comme toutes les sources de MathALÉA, sont accessibles en ligne.

Les exercices augmentés avec MathALÉA

Ce cahier de vacances s'appuie sur les exercices aléatoirisés proposés sur le site https://coopmaths.fr/alea/.
L'énoncé de chaque exercice de ce cahier est associé à un QR Code qui permet d'obtenir l'énoncé en ligne, avec accès à la correction détaillée et aussi la possibilité de régénérer la question avec d'autres valeurs. L'élève peut donc reprendre toujours une notion mal comprise avec un nouvel énoncé corrigé.


Notions travaillées

- **Calcul numérique :** fractions
- **Calcul littéral :** développements simples
- **Informations chiffrées :** proportions

Pour s'échauffer

Mon score : ... / 10

1 Calcul numérique

Exercice 1
Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée au maximum.
1) $A = \frac{7}{4} + \frac{3}{7}$
2) $B = 2 - \frac{4}{7}$

Exercice 2
Calculer et donner le résultat sous forme irréductible.
1) $\frac{5}{7} \times \frac{2}{3}$ 2) $\frac{\frac{4}{9}}{\frac{7}{4}}$

3 Pourcentages

Exercice 5
1) Écrire sous la forme d'une écriture fractionnaire de dénominateur 100, puis sous la forme d'un pourcentage.
0,76 = .. = .. %
2) Écrire sous forme décimale, puis sous la forme d'une écriture fractionnaire de dénominateur 100.
97 % = ... = ...
3) Écrire sous forme décimale, puis sous la forme d'un pourcentage. $\frac{6}{5}$ = ... = ... %
4) Écrire sous forme décimale, puis sous la forme d'un pourcentage. $\frac{3}{4}$ = ... = ... %

Droits et auteurs

Il a été créé sous la responsabilité pédagogique de Gilles Mora, Stéphane Guyon et Pierre Cauchois, accompagnés de Sylvain Chambon pour le codage LaTeX, de Stéphan Grignon pour le graphisme, d'Éric Elter pour la relecture minutieuse et de Rémi Angot pour la version en ligne.
Il doit son existence à tous les développeurs de MathALÉA, et ce, depuis sa création, sans qui ce cahier n'aurait pas été possible et que nous remercions, à ce titre, vivement.

Présentation

Notre objectif avec ce cahier

Ce cahier de vacances est destiné aux élèves de première générale qui vont entrer en terminale générale avec spécialité mathématiques.
L'idée est de proposer un document libre et gratuit qui aide les élèves à entretenir, en autonomie, leur culture mathématique durant la trêve estivale.

Les compétences travaillées

Ce cahier de vacances permet de solliciter et développer les six compétences majeures de l'activité mathématique : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer.
Les exercices d'automatismes permettent d'acquérir la technicité nécessaire sur les notions mathématiques.
Les problèmes et les énigmes permettent, quant à eux, de mettre les élèves face à des situations de recherches, où les prises d'initiatives et la modélisation sont sollicitées afin de les résoudre.

Un cahier conçu pour faciliter le travail de l'élève

Ce cahier de révisions est articulé en **quinze séances**.
Les neuf premières sont organisées autour de cinq moments distincts :

- un échauffement sous forme de questions flash ;
- des exercices aléatoirisés sur des thèmes référencés avec auto-évaluation ;
- un test de synthèse pour évaluer ses connaissances ;
- des exercices plus approfondis sur le même thème ;
- une énigme pour s'amuser un peu.

Les **six dernières séances** sont des sujets de devoirs surveillés de synthèse, issus de sujets d'annales E3C.

Une approche "spiralaire"

Nous avons fait le choix d'aborder les notions de manière "spiralée", c'est-à-dire que chaque notion revient régulièrement au fil des séances avec une progressivité dans les attendus. Il nous a semblé important d'éviter de cloisonner les notions, dans le but de les mobiliser régulièrement, pour favoriser leur ancrage.
Il est en, conséquence, fortement conseillé de suivre l'ordre des séances.

Contact

Nous sommes curieux de vos retours, avis et propositions, ainsi que de tout signalement d'erreurs.
N'hésitez pas à nous contacter : contact@coopmaths.fr.

Organisation du cahier

Descriptif d'une séance

Questions flashs

Cette partie est à effectuer avec un smartphone, une tablette ou un ordinateur, à partir du QR Code proposé. Chaque épreuve est chronométrée, elle dure 5 minutes.
Elle doit se réaliser absolument sans brouillon, ni calculatrice, ni cours sous les yeux.

Les exercices

Nous proposons des exercices classiques, sur des notions indiquées au début de chaque séance. Ces exercices aléatoirisés sont à rédiger sur feuille. Le QR Code, associé à chaque énoncé, donne accès à la correction détaillée et au renouvellement possible de la question avec d'autres valeurs.
Ces exercices sont majoritairement des automatismes, des exercices de gamme, à maîtriser parfaitement pour entreprendre des exercices plus complexes.

Le test

Il s'agit d'un test interactif à effectuer en ligne pour valider les notions abordées dans la séance. Une note sur 10 permet de se positionner. Il est possible de renouveler ce test avec d'autres données.

Pour aller plus loin

Nous proposons dans cette partie, des exercices plus difficiles, non aléatoirisés, issus de différents sujets de devoirs surveillés que nous avons pu donner à nos élèves, sur les éléments de cours de la séance.
Ils sont à rédiger comme un DS, avec un soin particulier à donner à la rigueur et à la rédaction.

Pour s'amuser un peu

Nous proposons en fin de chaque séance une énigme, un problème de recherche, pour les curieux.

Devoirs surveillés

Après le premier tour de l'ensemble des éléments de programmes dans les neuf premières séances, nous proposons une série de six sujets, tous issus d'annales, assez courts, bâtis sur le même modèle :

- Un QCM de cinq questions qui permettent de revoir des éléments de base de tout le programme.
- Un exercice sur thème précis.

L'ensemble de ces six sujets permet de revisiter une deuxième fois, progressivement le programme.

Table des matières

Séance 1

Vers la Terminale

Pour s'échauffer

Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Second degré :** équations, forme canonique
- **Probabilités :** calculs dans un tableau ou un arbre

1 Second degré

Exercice 1

Déterminer la forme canonique de chacun des polynômes P, défini pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

1) $P(x) = -x^2 + 2x - 3$
2) $P(x) = x^2 - 8x + 18$
3) $P(x) = x^2 + 2x + 3$

Exercice 2

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :
$3x^2 - 5x - 1 = 0.$
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :
$4x^2 + 2x - 1 = 0.$
3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :
$-2x^2 + 3x - 5 = 0.$

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = 3\,(x-9)^2 - 48.$

1) Développer $f(x)$.
2) Montrer que $f(x)$ se factorise sous la forme $f(x) = 3(x-5)(x-13)$.
3) Répondre aux questions suivantes en utilisant l'écriture de $f(x)$ la mieux adaptée :

   a. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

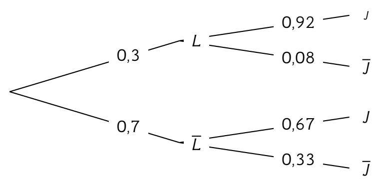
   b. Résoudre l'inéquation $f(x) < -48$.

   c. Résoudre l'équation $f(x) = 195$.

2 Probabilités

Exercice 4

On donne l'arbre de probabilités ci-dessous :

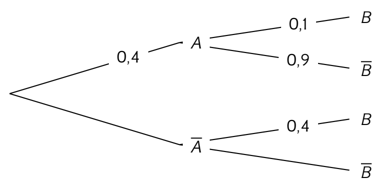


Compléter avec la notation qui convient :

$\ldots\ldots = 0{,}67$

Exercice 5

On donne l'arbre de probabilités ci-dessous :



Calculer $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

Exercice 6

Dans ce tableau, on note :
F : « La personne est une fille » et V : « La personne a plus de 20 ans ».
On choisit une personne au hasard.

	F	$\overline{F}$	Total
V	16	53	69
$\overline{V}$	33	68	101
Total	49	121	170

Déterminer $P_{\overline{V}}(\overline{F})$.

Je teste mes connaissances

Mon score : … / 10

Pour aller plus loin…

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$4x^3 - 5x^2 + x = 0$$

Exercice 2

En utilisant le changement de variable $X = x^2$, résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$-2x^4 + 7x^2 - 5 = 0$$

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$\frac{3}{x} - \frac{1}{2x-1} = 1$$

Pour s'amuser un peu…

Stéphane et Gilles se lancent dans un match de tennis en trois sets gagnants.
Ils ont, au départ, autant de chances de gagner chaque set.
On estime qu'après un set gagné, le vainqueur augmente sa probabilité de gagner le set suivant de $0,1$.
Inversement, celui qui a perdu un set, diminue d'autant sa probabilité de gagner le suivant.
Lors de la rencontre, Stéphane a gagné le premier set, Gilles étant dépassé dans tous les domaines.
Quelle est la probabilité que Gilles gagne le match ?

Séance 2

Vers la Terminale

Pour s'échauffer

Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Second degré :** inéquations, signe
- **Suites :** calculs de termes, expression récurrente

1 Second degré

Exercice 1

Factoriser, si cela est possible, chaque polynôme P défini pour tout x de $\mathbb{R}$ par :

1) $P(x) = 2x^2 - 6x - 20$

2) $P(x) = x^2 + 4x + 7$

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1) $4x^2 - 8x - 32 < 0$
2) $4x^2 + 8x - 60 > 0$

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1) $(-1 - x)(-4x + 4) \geqslant 0$
2) $3x^2 + 18x > -30$

2 Suites

Exercice 4

1) Soit (u_n) une suite définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{4n - 4}{3n + 5}$.
Calculer u_2.

2) Soit (u_n) une suite définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = -2n^2 - 1$.
Calculer u_5.

3) Soit (u_n) une suite définie par $u_0 = 6$ et, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, par $u_{n+1} = u_n \times (-3)$.
Calculer u_2.

Exercice 5

1) Soit (u_n) une suite définie par $u_0 = -6$ et, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, par $u_{n+1} = u_n + 8$.
Calculer u_3.

2) Soit (u_n) une suite définie par $u_0 = 4$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par $u_{n+1} = 4 - u_n^2$.
Calculer u_2.

Exercice 6

Chaque année, un magazine perd 15 % de ses abonnés mais en gagne 700 nouveaux.
En 2020, ce magazine compte 14 000 abonnés.

On note, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n le nombre d'abonnés en $2020 + n$.
Donner le premier terme de cette suite et l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n.

Je teste mes connaissances

Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 4x^2 - 17x + 60$.

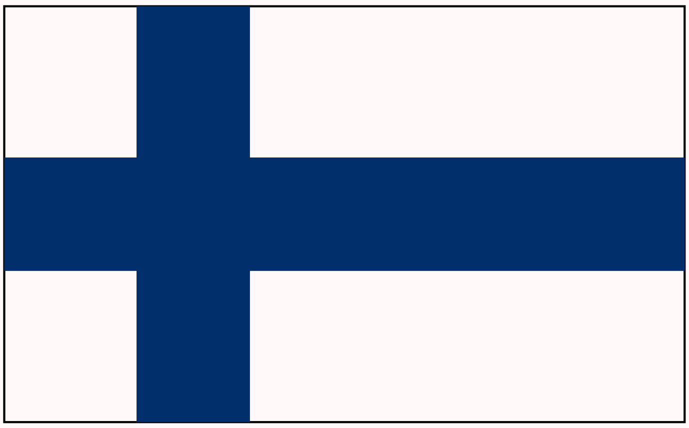
1) Vérifier que 5 est une racine de f.
2) En déduire les valeurs des réels a, b et c tels que $f(x) = (x-5)(ax^2 + bx + c)$.
3) Déterminer le tableau de signes de f.

Exercice 2

Existe-t-il un rectangle d'aire 20 et de périmètre 8 ?

Pour s'amuser un peu...

Pour une compétition, des supporters finlandais souhaitent réaliser un grand drapeau rectangulaire de 9 m de longueur et de 4 m de largeur, comme illustré ci-dessous. Le drapeau, de fond blanc, contient une croix bleue constituée de deux bandes d'égale largeur.
Est-il possible de construire ce drapeau sachant qu'ils souhaitent que la croix bleue occupe le tiers de la surface du rectangle ?



Séance 3

Vers la Terminale

Pour s'échauffer

Mon score : ... / 10

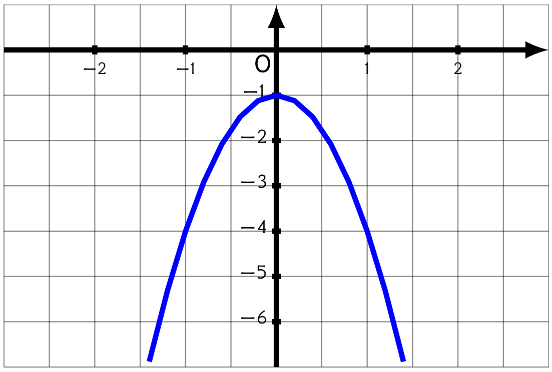
Notions travaillées

- **Second degré :** lectures graphiques, paraboles
- **Dérivation :** nombre dérivé, équations de tangentes

1 Second degré

Exercice 1

f est définie par $f(x) = ax^2 - 1$.
Déterminer la valeur de a.



Exercice 2

Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -10(x+1)^2 - 5.$$

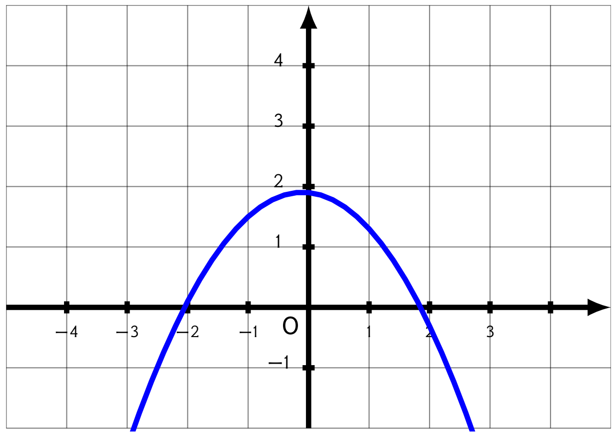
Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -3x^2 + 8x + 8$.
Donner une équation de l'axe de symétrie de la parabole représentant f.

Exercice 4

La courbe représente une fonction f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Donner le signe de a et du discriminant Δ.



Exercice 5

1) Dans le plan rapporté à un repère, on considère la parabole (P) d'équation $y = 4x^2 + 16x$.

   a. Déterminer la forme canonique de :
   $$f(x) = 4x^2 + 16x.$$

   b. En déduire les coordonnées du sommet de la parabole et les variations de la fonction f associée au polynôme représenté par (P).

2) La parabole d'équation $y = -2x^2 + 8x - 8$ coupe-t-elle l'axe des abscisses ?
   Si oui, déterminer les coordonnées de ce(s) point(s).

2 Dérivation

Exercice 6

Dans chacune des questions suivantes, déterminer le nombre dérivé en utilisant la définition du nombre dérivé.

1) Soit f la fonction définie pour tout x de $\mathbb{R}_+$ par $f(x) = \sqrt{x}$.
   Déterminer $f'(3)$.
2) Soit f la fonction définie pour tout x de $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.
   Déterminer $f'(-1)$.

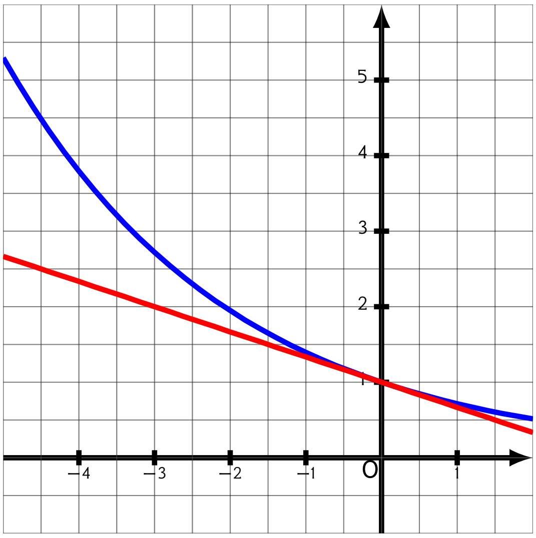
Exercice 7

Soit f une fonction dérivable sur $[-5; 5]$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.
On sait que $f(-5) = 5$ et que $f'(-5) = -4$.

Déterminer une équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -5.

Exercice 8

La courbe représente une fonction f et la droite est la tangente au point d'abscisse 0.
Déterminer $f'(0)$.



Je teste mes connaissances

Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...

Exercice 1

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + x$.
Existe-t-il des tangentes à la courbe représentative de f, parallèles à la droite (d) d'équation $y = -2x + 1$?

Pour s'amuser un peu...

Déterminer les entiers naturels n qui vérifient que $n - 52$ et $n + 52$ sont des carrés parfaits.

Séance 4

Vers la Terminale

Pour s'échauffer

Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Trigonométrie :** radian, cosinus et sinus
- **Suites :** suites particulières

1 Trigonométrie

Exercice 1

Déterminer la valeur exacte de :

1) $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

2) $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

3) $\cos\left(\frac{-7\pi}{4}\right)$

4) $\sin(\pi)$

Exercice 2

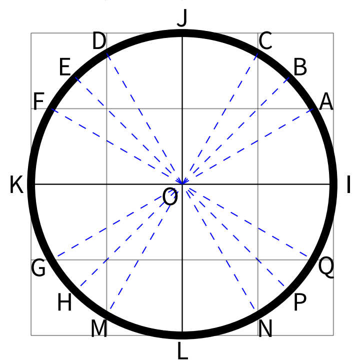
Déterminer une écriture plus simple, en fonction de $\cos(x)$ ou $\sin(x)$.

1) $\cos(-x) = \ldots$

2) $\sin(x + 5\pi) = \ldots$

Exercice 3

Quel réel de $[\pi\,;\,3\pi[$ a pour point-image le point G ?



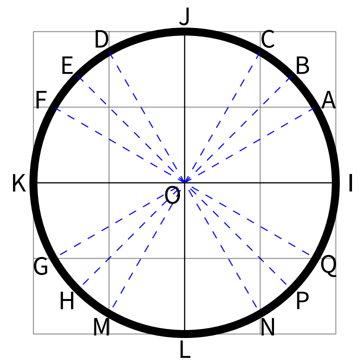
Exercice 4

α est un réel de $]-\pi\,;\,\pi]$ vérifiant : $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin(\alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Quelle est la valeur de α en radians ?

Exercice 5

Quel est le point-image du réel $\frac{\pi}{2}$?



2 Suites

Exercice 6

1) Soit (v_n) une suite définie par $v_0 = 10$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_{n+1} = v_n - \frac{6}{7}v_n$.
Quelle est la nature de cette suite ?
Donner sa raison.

2) Soit (v_n) une suite définie par $v_0 = -5$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_{n+1} - v_n = -9$.
Quelle est la nature de cette suite ?
Donner sa raison.

Exercice 7

Soit (v_n) une suite géométrique de raison q définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, telle que $v_0 = -11$ et $q = -12$.

Donner l'expression de v_n en fonction de n.

Exercice 8

Soit (w_n) une suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $w_n = \frac{-6}{7^n}$.
Quelle est la nature de cette suite ?
Donner sa raison et son premier terme.

Exercice 9

Soit (u_n) une suite géométrique de raison positive telle que :
$u_2 = 5$ et $u_4 = 20$.
Donner la raison q de cette suite.

Je teste mes connaissances

Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...

Exercice 1

Résoudre, sur l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$, l'équation $2\cos^2(x) + 3\cos(x) + 1 = 0$.

Exercice 2

On admet que $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$.
Déterminer la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$.

Exercice 3

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 7$ et $u_{n+1} = 3u_n - 4$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
On considère la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 2$.
Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. En déduire une expression de u_n en fonction de n.

Pour s'amuser un peu...

Déterminer tous les entiers x, y et z strictement positifs tels que :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$$

Séance 5

Vers la Terminale

Pour s'échauffer

Mon score : ... / 10

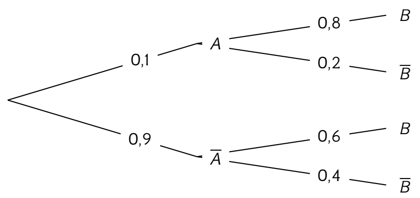
Notions travaillées

- **Probabilités :** formule des probabilités totales
- **Dérivation :** calculs de dérivées (1)

1 Probabilités

Exercice 1

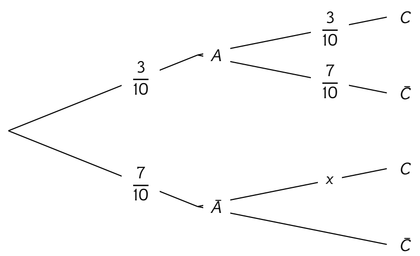
On donne l'arbre de probabilités ci-dessous :



Calculer $P(B)$.

Exercice 2

On donne l'arbre de probabilités et $P(C) = \frac{23}{100}$.



Calculer x.

2 Dérivation

Exercice 3

1) Donner la dérivée de la fonction f, dérivable pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, définie par $f(x) = \frac{1}{8x}$.

2) Donner la dérivée de la fonction m, dérivable pour tout $x \in \mathbb{R}$, définie par $m(x) = \frac{-3x+7}{5}$.

Exercice 4

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'expression de sa fonction dérivée.

1) $f(x) = \frac{6x^2}{7} + \frac{2}{3}$

2) $g(x) = \frac{7x^3}{8} + \frac{7x^2}{9} + \frac{7x}{10} + \frac{4}{7}$

3) $h(x) = \frac{4x^2}{7} + \frac{3x}{10} + \frac{4}{9}$

Exercice 5

1) Donner l'expression de la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = 3\sqrt{x} - \frac{5}{x}$.

2) Donner l'expression de la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par $f(x) = 5\sqrt{x} + 3x^2 - 5x + 2$.

3) Donner l'expression de la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = 4x^2 - 5x + 3 - \frac{5}{x}$.

4) Donner l'expression de la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = -\frac{3}{x} + 3\sqrt{x} - 5x^2 + 3x$.

Je teste mes connaissances

Mon score : … / 10

Pour aller plus loin…

Exercice 1

Un lot de 100 dés contient 75 dés pipés (et 25 non pipés) tels que la probabilité d'apparition d'un 6 soit 0,4.
On choisit un dé au hasard, on le jette et on obtient un 6.
Quelle est la probabilité que le dé soit pipé ?

Exercice 2

Dans un lycée, il y a 60 % de filles et 20 % d'externes. 70 % des externes sont des filles.
On choisit au hasard un élève du lycée.
Quelle est la probabilité que cet élève soit externe sachant que c'est un garçon ?

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 3$.
On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.
On considère la droite (d) d'équation $y = -2x + 1$.
Déterminer s'il existe des points de la courbe $\mathcal{C}$ en lesquels la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ est parallèle à la droite (d).

Pour s'amuser un peu…

Que penser de cette démonstration ?

$$\begin{aligned}
x &= (\pi + 3)/2 \\
2x &= \pi + 3 \\
2x(\pi - 3) &= (\pi + 3)(\pi - 3) \\
2\pi x - 6x &= \pi^2 - 9 \\
9 - 6x &= \pi^2 - 2\pi x \\
9 - 6x + x^2 &= \pi^2 - 2\pi x + x^2 \\
(3 - x)^2 &= (\pi - x)^2 \\
3 - x &= \pi - x \\
\pi &= 3
\end{aligned}$$

Séance 6

Vers la Terminale

Pour s'échauffer

Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Fonction exponentielle :** propriétés
- **Variables aléatoires :** tableaux, espérance

1 Fonction exponentielle

Exercice 1

Simplifier les expressions suivantes.

1) $A = e^{-3} \times e^{4}$

2) $B = \dfrac{(e^{-5})^2}{e^{-5}}$

Exercice 2

Simplifier les expressions suivantes.

1) $A = (e^{2x})^3 - e^{4x} \times e^{4x}$

2) $B = e^{x} \times e^{-4x}$

Exercice 3

Simplifier les expressions suivantes.

1) $A = e^{5x+5} \times e^{-5x-3}$

2) $B = \dfrac{(e^{-x+1})^2}{e^{-5x-1}}$

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes.

1) $\mathrm{e}^{x} = 1$

2) $\mathrm{e}^{2-x} = 1$

3) $\mathrm{e}^{x^2} = \mathrm{e}$

4) $\mathrm{e}^{2x} < \mathrm{e}^{2}$

5) $\mathrm{e}^{x^2} \geqslant \mathrm{e}^{4}$

6) $\mathrm{e}^{x^2+x-1} = 1$

2 Probabilités

Exercice 5

Le nombre de clients passant à la caisse d'un supermarché en 10 min est une variable aléatoire X dont on donne la loi de probabilité ci-dessous.

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	0,15	0,3	0,25	0,2	0,05	0,05

1) Que représente l'événement $\{X \leqslant 3\}$?

2) Donner la notation de l'événement : « au moins deux clients sont passés à la caisse en 10 minutes ».

3) Donner la notation de l'événement : « au plus quatre clients sont passés à la caisse en 10 minutes ».

4) Calculer $P(X > 3)$, $P(X \geqslant 1)$ et $P(X \leqslant 2)$.

Exercice 6

On lance un dé.
On gagne 2 euros si le nombre obtenu est pair, et un euro si c'est un multiple de 3.
On perd un euro sinon.

Quelle variable aléatoire X permet de modéliser cette situation ?

Quelles sont les valeurs prises par X ?

Donner le tableau de loi de probabilité de X.

Je teste mes connaissances

Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...

Exercice 1

Simplifier les expressions suivantes pour $x \in \mathbb{R}$.

1) $A = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1} + \dfrac{e^{-x} - 1}{e^{-x} + 1}$

2) $B = (e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2$

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations et l'équation suivantes.

1) $(e^x)^5 \geqslant e^{3x-4}$

2) $1 < e^{2x+3} < e^{x^2}$

3) $e^x + e^{-x} = 2$

Exercice 3

Un joueur tire une carte dans un jeu de 32 cartes.

- S'il tire un cœur, il gagne 2 €.
- S'il tire un roi, il gagne 5 €.
- S'il tire une autre carte, il perd 1 €.

On note G la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur.
Calculer l'espérance de G. Interpréter ce résultat.

Pour s'amuser un peu...

Sachant que $X + Y = 1$ et $X^2 + Y^2 = 3$, calculer $X^3 + Y^3$.
Conseil : on pourra commencer par factoriser $X^3 + Y^3$ par $X + Y$.

Séance 7

Vers la Terminale

Pour s'échauffer

Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Suites :** sommes et variations
- **Probabilités :** probabilités conditionnelles

1 Suites

Exercice 1

1) Soit (v_n) une suite définie par $v_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par : $v_{n+1} = -3v_n$. Donner son sens de variation.

2) Soit (v_n) une suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = 4 \times \left(\frac{7}{2}\right)^n$. Donner son sens de variation.

Exercice 2

1) Calculer : $S = 10 + 13 + 16 + 19 + \ldots + 58$.

2) Calculer : $S = 4 + 9 + 14 + 19 + \ldots + 154$.

Exercice 3

Soit v la suite arithmétique de premier terme $v_0 = 10$ et de raison 6.
Calculer $S = v_0 + v_1 + \ldots + v_{40}$.

Exercice 4

1) Soit v la suite géométrique de premier terme $v_0 = 8$ et de raison $1{,}4$.
Calculer $S = v_0 + v_1 + \ldots + v_{12}$ et donner un arrondi au millième près.

2) Soit u la suite géométrique de premier terme $u_1 = 8$ et de raison $1{,}3$.
Calculer $S = u_1 + u_2 + \ldots + u_{15}$ et donner un arrondi au millième près.

2 Probabilités

Exercice 5

Une chaîne de salons de coiffure propose à ses clients qui viennent pour une coupe, deux prestations supplémentaires cumulables :
• Une coloration naturelle à base de plantes appelée « couleur-soin »,
• Des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure, appelées « effet coup de soleil ».
Il apparaît que :
◇ 45 % des clients demandent une « couleur-soin ».
◇ Parmi ceux qui ne veulent pas de « couleur-soin », 44 % des clients demandent un « effet coup de soleil ».
◇ Par ailleurs, 32 % des clients demandent une « couleur-soin » et un « effet coup de soleil ».
On interroge un client au hasard.
On notera C l'événement : « Le client souhaite une « couleur-soin ».
On notera E l'événement : « Le client souhaite un « effet coup de soleil ».

1. Donner les valeurs de $P(C)$, $P(C \cap E)$ et $P_{\bar{C}}(E)$.
2. Calculer la probabilité que le client ne souhaite ni une « couleur-soin », ni un « effet coup de soleil ».
3. Calculer la probabilité qu'un client choisisse l'« effet coup de soleil » sachant qu'il a pris une « couleur-soin ».
4. Montrer que la probabilité de l'événement E est égale à $0{,}562$ (à 10^{-3} près).
5. Les événements C et E sont-ils indépendants ?
On donnera les résultats à 10^{-3} près.

Je teste mes connaissances

Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...

Exercice 1

Soit n un entier naturel. Calculer :

1) $A = 1 - 2 + 4 - 8 + ... + (-2)^n$
2) $B = \frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{25}{18} + ... + \frac{5^n}{2 \times 3^n}$

Exercice 2

Soit n un entier naturel non nul et soit f la fonction définie sur $]1\,;+\infty[$ par $f(x) = 1+x+x^2+...+x^n$.

1) Calculer $f'(x)$.
2) Écrire l'expression de $f(x)$, sous forme d'un quotient, en fonction de x et de n.
3) En déduire à partir d'une autre expression de $f'(x)$, une égalité en fonction de x et de n.
4) En déduire la somme $1 + 2 \times 5 + 3 \times 5^2 + 4 \times 5^3 + ... + n \times 5^{n-1}$.

Exercice 3

Une usine fabrique des pièces, avec une proportion de 4 % de pièces défectueuses. Le contrôle des fabrications est tel que :

- si la pièce est bonne, elle est acceptée avec la probabilité 0,95,
- si la pièce est défectueuse, elle est refusée avec la probabilité 0,98.

On choisit une pièce au hasard et on la contrôle. Quelle est la probabilité :

1) que la pièce soit acceptée ?
2) qu'une pièce acceptée soit défectueuse ?
3) qu'il y ait une erreur de contrôle ?

Pour s'amuser un peu...

Soit $p = 9 + 99 + 999 + ... + 99 \cdots 9$, où le dernier nombre ajouté est constitué de 999 chiffres 9. Combien de fois le chiffre 1 apparaît-il dans p ?

Séance 8

Vers la Terminale

Pour s'échauffer

Mon score : ... / 10

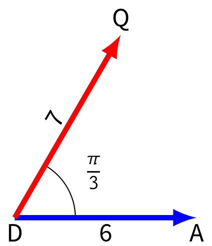
Notions travaillées

- **Produit scalaire :** calculs
- **Dérivation :** dérivation (2)

1 Produit scalaire

Exercice 1

Calculer $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DQ}$.



Exercice 2

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on donne deux vecteurs :

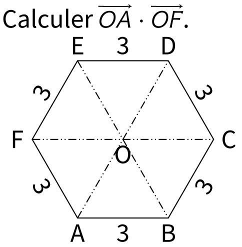
$\vec{u}\begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$

Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

Exercice 3

$ABCDEF$ est un hexagone régulier de centre O.

Calculer $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OF}$.



Exercice 4

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les vecteurs :

$\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x \\ 7 \end{pmatrix}$

Que vaut x si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux ?

2 Dérivation

Exercice 5

1) Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \dfrac{-3}{2 - 2x}$.

   Déterminer $f'(x)$.

2) Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$ par $f(x) = \dfrac{5}{-1 - 2x}$.

   Déterminer $f'(x)$.

Exercice 6

Pour chacune des fonctions suivantes dérivables sur $]0\,;\,+\infty[$, déterminer l'expression de sa fonction dérivée.

1) $f(x) = (-7x^2 + 4x - 10)\sqrt{x}$
2) $g(x) = (-10x^2 + 5)\sqrt{x}$

Exercice 7

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'expression de sa fonction dérivée.

1) Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{4}{6}\right\}$, $f(x) = \dfrac{x - 7}{-6x + 4}$.
2) Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{1}{5}\right\}$, $g(x) = \dfrac{8x^2 - 3x + 2}{-5x + 1}$.
3) Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{7}{9}\right\}$, $h(x) = \dfrac{x^5}{-9x - 7}$.

Je teste mes connaissances

Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin…

Exercice 1

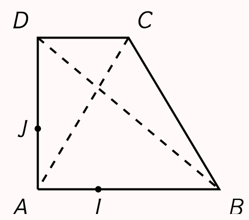
Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(4\,;1)$, $B(0\,;5)$ et $C(-2\,;-1)$.

1) Justifier que ABC est un triangle isocèle.

2) Calculer $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.

3) En déduire une mesure de l'angle $\widehat{ACB}$, arrondie au degré près.

Exercice 2



Soit $ABCD$ un trapèze rectangle de bases $AB = 6$ et $CD = 3$, et de hauteur $AD = h$.

$(A\,; \overrightarrow{AI}\,; \overrightarrow{AJ})$ est le repère orthonormé où I est le point de la demi droite $[AB)$ tel que $AI = 1$ et J celui de la demi-droite $[AD)$ tel que $AJ = 1$.

1) Donner, dans ce repère, les coordonnées des points A, B, C et D.

2) Déterminer la hauteur h du trapèze afin que (AC) et (BD) soit orthogonales.

Exercice 3

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'expression de sa fonction dérivée.

1) f est la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{-3x^2 + 5x - 1}{x^4 + 1}$.

2) g est la fonction définie et dérivable sur $]1\,;+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{x^3}{(x-1)^2}$

Pour s'amuser un peu…

Soit n un entier naturel non nul.
On appelle factorielle n, noté $n!$, le produit de tous les entiers non nuls, inférieurs ou égaux à n.
Ainsi : $3\,! = 1 \times 2 \times 3$ et $6\,! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$
Combien de zéros consécutifs comporte $1\,000\,!$ à la fin du nombre ?

Séance 9

Vers la Terminale

Pour s'échauffer

Mon score : ... / 10

Notions travaillées

- **Dérivation :** composées et variations
- **Géométrie repérée :** équations cartésiennes de droites

1 Dérivation

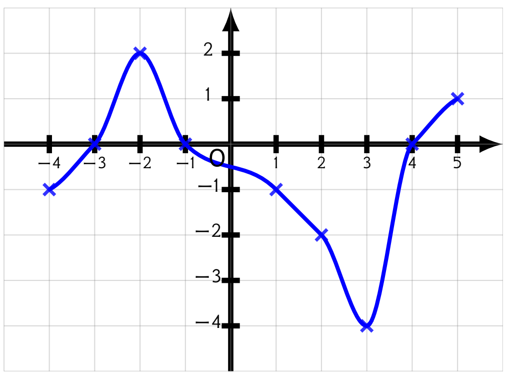
Exercice 1

Déterminer l'expression de la dérivée des fonctions f dans chacun des cas suivants.

1) $f(x) = (6x+1)^2$ avec $x \in \mathbb{R}$
2) $f(x) = \mathrm{e}^{-6x+5}$ avec $x \in \mathbb{R}$
3) $f(x) = \sqrt{-2x-3}$ avec $x \in \left]-\infty ; -\frac{3}{2}\right[$

Exercice 2

On donne la représentation graphique d'une fonction f.
Dresser le tableau de signes de sa fonction dérivée f'.



Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -2x^3 - 9x^2 - 12x + 2$.
Étudier le sens de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

2 Géométrie repérée

Exercice 4

Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) avec les points A et B de coordonnées : $A(1; 4)$ et $B(-1; -4)$

Exercice 5

Déterminer une équation cartésienne de la droite (d). La droite (d) passe par le point A de coordonnées : $A(-2; 5)$ et ayant le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}$ comme vecteur directeur.

Exercice 6

La droite (d) passe par le point $A(1\,;\,4)$ et a le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$ comme vecteur normal.

Déterminer une équation cartésienne de (d).

Exercice 7

Dans un repère $(O\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath})$, on considère la droite d d'équation $2x + 2y + 6 = 0$ et le point $A(6\,;\,15)$.
Déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonal de A sur d.

Je teste mes connaissances

Mon score : ... / 10

Pour aller plus loin...

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
On considère les points $A(3\,;\ 5)$, $B(-1\,;\ -2)$ et $C(8\,;\ 4)$.
Calculer la distance du point A à la droite (BC).

Exercice 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
On considère les points $A(1\,;\ 5)$, $B(7\,;\ 7)$ et $C(7\,;\ -1)$.

1) Déterminer une équation cartésienne de chacune des médiatrices des segments $[AB]$ et $[AC]$.
2) Déterminer les coordonnées du point d'intersection K de ces deux médiatrices.
3) En déduire le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC.

Exercice 3

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'expression de sa fonction dérivée.

1) f est la fonction définie et dérivable sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x)=(3x-1)^4\sqrt{x}$.
2) g est la fonction définie et dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ par $g(x)=\dfrac{(1-x)^3}{(4+2x)^2}$.

Pour s'amuser un peu...

Lydie souhaite distribuer tous ses bonbons à plusieurs enfants de la manière suivante :

le premier enfant aura 1 bonbon,
le deuxième 2 bonbons,
le troisième le double du précédent
et ainsi de suite.

Si Lydie possède 2 024 bonbons, quel est le nombre minimum de bonbons lui manquant afin de pouvoir distribuer ses bonbons de cette manière ?

Devoir surveillé nº 1

QCM et étude de fonction polynôme

Exercice 1

Correction

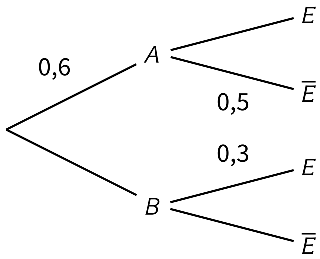
Ce QCM comprend 5 questions indépendantes.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Indiquer la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Question 1

On choisit au hasard un individu parmi les passagers en transit dans un aéroport. On a représenté ci-dessous un arbre de probabilités lié à certains évènements dont certains éléments ont été effacés.

On considère les évènements suivants :

- A : « le passager parle anglais » ;
- B : « le passager ne parle pas anglais » ;
- E : « le passager est un membre de l'Union Européenne ».



Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?

a. $P_B(E) = 0{,}12$	**b.** $p(E) = 0{,}42$	**c.** La probabilité que le passager choisi soit européen et ne parle pas anglais est $0{,}3$.	**d.** $P(A \cup B) = 1{,}1$

Question 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé. Soit D la droite d'équation $3x + y - 2 = 0$. Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?

a. Le point de coordonnées $(6\ ;\ -15)$ appartient à D.	**b.** D est perpendiculaire à la droite d'équation $12x + 4y = 0$.	**c.** Le vecteur de coordonnées $(1\ ;\ 3)$ est un vecteur directeur de D.	**d.** Le vecteur de coordonnées $(3\ ;\ 1)$ est un vecteur directeur des droites perpendiculaires à D.

Question 3

On considère dans l'ensemble des réels l'équation trigonométrique $\sin x = 1$. Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?

a. Cette équation admet une unique solution dans l'ensemble des réels.	**b.** Cette équation admet une infinité de solutions dans l'ensemble des réels.	**c.** 2π est une solution de cette équation.	**d.** $-\dfrac{57\pi}{2}$ est une solution de cette équation.

Question 4

Soit f la fonction définie sur l'ensemble des nombres réels par $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère du plan. Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?

a. La courbe $\mathcal{C}$ n'admet pas de tangente au point d'abscisse 0.	**b.** La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 pour équation $y = 2x$.	**c.** La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 a pour coefficient directeur 1.	**d.** La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 est parallèle à l'axe des abscisses.

Question 5

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]-2\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x-3}{x+2}$

f est dérivable sur l'intervalle $]-2\ ;\ +\infty[$. Que vaut $f'(x)$ pour tout réel x de $]-2\ ;\ +\infty[$?

a. 1	**b.** $\dfrac{2x-1}{(x+2)^2}$	**c.** $\dfrac{5}{(x+2)^2}$	**d.** $2x-1$

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 7x^2 + 11x - 19$.
On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

Correction

1) On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$. Déterminer l'expression de $f'(x)$.
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $3x^2 + 14x + 11 > 0$.
   En déduire le tableau de variations de la fonction f.
3) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.
4) Justifier que 1 est solution de $x^3 + 7x^2 + 11x - 19 = 0$.
   Vérifier que pour tout réel x : $f(x) = (x-1)\left(x^2 + 8x + 19\right)$.
5) Étudier le signe de la fonction f et en dresser le tableau de signes sur $\mathbb{R}$.

Devoir surveillé n° 2

QCM et variables aléatoires

Exercice 1

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Indiquer la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Correction

Question 1 :
Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(4\ ;\ 2)$, $B(2\ ;\ 6)$. Laquelle de ces équations est une équation cartésienne de la médiatrice du segment [AB] ?

a. $x = 3$	**b.** $x - 2y + 5 = 0$	**c.** $x + 2y - 11 = 0$	**d.** $y = 0{,}5x + 3$

Question 2 :
On donne deux points P et N tels $PN = 6$.
Que forme l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MN} = 0$?

a. la droite (PN)	**b.** le cercle de diamètre [PN]	**c.** un cercle de rayon 6	**d.** le milieu du segment [PN]

Question 3 :
Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 4x + 5$.
Quelle est l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de g dans un repère orthonormé au point d'abscisse -1 ?

a. $y = 8x + 7$	**b.** $y = -7x + 1$	**c.** $y = -x + 7$	**d.** $x = -0{,}5$

Question 4 :
Quel est l'équation de l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = x^2 + x + 3$?

a. $y = x$	**b.** $y = -0{,}5x + 1$	**c.** $y = -0{,}5$	**d.** $x = -0{,}5$

Question 5 :
Quel est l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $-3e^{x+2} > -3e^4$ d'inconnue x ?

a. $]-2\ ;\ +\infty[$	**b.** $]2\ ;\ +\infty[$	**c.** $]-\infty\ ;\ 2[$	**d.** $]-\infty\ ;\ -2[$

Exercice 2

Une étude statistique menée lors des entraînements montre que, pour un tir au but, Karim marque avec une probabilité de $0,7$.
Karim effectue une série de 3 tirs au but. Les deux issues possibles après chaque tir sont les évènements :

Correction

- M : « Karim marque un but » ;
- R : « Karim rate le tir au but ».

On admet que les tirs au but de Karim sont indépendants.

1) On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre total de buts marqués à l'issue de cette série de tirs par Karim.
   a) Réaliser un arbre pondéré permettant de décrire toutes les issues possibles.
   b) Déterminer la loi de probabilité de X.
   c) Calculer l'espérance $E(X)$ de la variable aléatoire X.
2) On propose à un spectateur le jeu suivant : il mise 15 € avant la série de tirs au but de Karim ; chaque but marqué par Karim lui rapporte 6 € et chaque but manqué par Karim ne lui rapporte rien.
   On note Y la variable aléatoire qui prend pour valeur le gain algébrique du spectateur, c'est-à-dire la différence entre le gain total obtenu et la mise engagée.
   a) Exprimer Y en fonction de X.
   b) Calculer l'espérance $E(Y)$ de la variable aléatoire Y.
      Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Devoir surveillé n° 3

QCM et suites numériques

Exercice 1

Correction

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Indiquer la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Question 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin(x) - x$.
Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?

a. f est paire	**b.** f est impaire	**c.** Pour tout réel x, $f(x+2\pi) = f(x)$	**d.** Pour tout réel x, $f(x+\pi) = -f(x)$

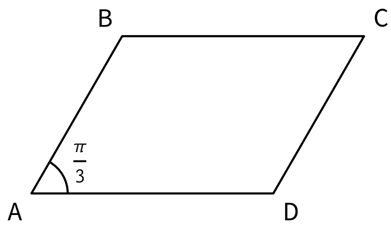
Question 2

Quelles sont les solutions de l'équation $2\cos(x) - \sqrt{3} = 0$ dans l'intervalle $]-\pi\,;\,\pi]$?

a. $-\frac{\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{6}$	**b.** $-\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\pi}{4}$	**c.** $-\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{3}$	**d.** $-\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$

Question 3

Soit ABCD un parallélogramme tel que :
$AB = 3$, $AD = 4$ et $\widehat{BAD} = \frac{\pi}{3}$.
Que vaut le produit scalaire $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC}$?



a. 12	**b.** -12	**c.** 6	**d.** -6

Question 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé.
On considère la droite (d_1) d'équation $3x - 4y + 1 = 0$. Laquelle de ces équations cartésiennes est celle de la droite (d_2) perpendiculaire à (d_1) et passant par le point $A(1\,;\,1)$?

a. $4x + 3y = 0$	**b.** $4x + 3y - 7 = 0$	**c.** $x + y - 2 = 0$	**d.** $-4x + 3y + 1 = 0$

Question 5

Le plan est muni d'un repère orthonormé. On considère les droites (d) et (d') d'équations respectives $2x - y + 5 = 0$ et $-4x + 2y + 7 = 0$. Quelle est la position relative de ces deux droites ?

a. confondues	**b.** sécantes	**c.** parallèles	**d.** perpendiculaires

Exercice 2

Correction

Un service de vidéos à la demande réfléchit au lancement d'une nouvelle série mise en ligne chaque semaine et qui aurait comme sujet le quotidien de jeunes gens favorisés.
Le nombre de visionnages estimé la première semaine est de 120 000. Ce nombre augmenterait ensuite de 2 % chaque semaine.
Les dirigeants souhaiteraient obtenir au moins 400 000 visionnages par semaine.
On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de visionnages n semaines après le début de la diffusion. On a donc $u_0 = 120\,000$.

1) Calculer le nombre u_1 de visionnages une semaine après le début de la diffusion.
2) Justifier que pour tout entier naturel n : $u_n = 120\,000 \times 1{,}02^n$.
3) À partir de combien de semaines le nombre de visionnages hebdomadaire sera-t-il supérieur à 150 000 ?
4) Voici un algorithme écrit en langage Python :

```
def seuil():
  u = 120000
  n = 0
  while u < 400000:
    n = n+1
    u = 1.02*u
  return n
```

   Déterminer la valeur affichée par cet algorithme et interpréter le résultat précédent dans le contexte de l'exercice.
5) On pose pour tout entier naturel n : $S_n = u_0 + \ldots + u_n$. Montrer que l'on a :

$$S_n = 6\,000\,000 \times \left(1{,}02^{n+1} - 1\right).$$

   En déduire le nombre total de visionnages au bout de 52 semaines (arrondir à l'unité).

Devoir surveillé n° 4

QCM et étude de fonction exponentielle

Exercice 1

Correction

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Indiquer la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Question 1

Soit x un nombre réel. Que vaut $\dfrac{\mathrm{e}^{5x}}{\mathrm{e}^{2x-2}}$?

a. e^{3x+2}	**b.** e^{3x-2}	**c.** $\mathrm{e}^{2,5x-2,5}$	**d.** e^{7x-2}

Question 2

Soit la suite définie par : $\begin{cases} u_0 &= 2 \\ u_{n+1} &= 3u_n - 2 \end{cases}$ pour $n \in \mathbb{N}$. Quelle est la valeur de u_3 ?

a. 7	**b.** 10	**c.** 28	**d.** 4

Question 3

Dans un atelier, 3 % des pièces produites sont défectueuses. On constate qu'au cours du contrôle qualité, si la pièce est bonne, elle est acceptée dans 95 % des cas, et que si elle est défectueuse, elle est refusée dans 98 % des cas.
Quelle est la probabilité qu'une pièce soit refusée ?

a. 0,077 9	**b.** 0,029 4	**c.** 0,048 5	**d.** 0,98

Question 4

Sachant que $\cos x = \dfrac{5}{13}$ et que x est compris entre $-\dfrac{\pi}{2}$ et 0, quelle est la valeur de $\sin x$?

a. $\dfrac{8}{13}$	**b.** $-\dfrac{8}{13}$	**c.** $\dfrac{12}{13}$	**d.** $-\dfrac{12}{13}$

Question 5

La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par le tableau ci-dessous :

Valeurs x_i	-2	0	5
$p_i = P(X = x_i)$	0,3	0,5	0,2

Quelle est l'espérance $E(X)$ de la variable aléatoire X ?

a. 3	**b.** 0,9	**c.** 0,4	**d.** 0,5

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} + 6\mathrm{e}^{x} - 8x - 4.$$

Correction

Dans le plan rapporté à un repère orthogonal, on considère :

- $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f ;
- $\mathcal{D}$ la droite d'équation cartésienne $y = -8x - 4$.

1) Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2\left(\mathrm{e}^{x} - 1\right)\left(\mathrm{e}^{x} + 4\right)$.
2) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
3) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
4) En déduire le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.
5) La courbe $\mathcal{C}_f$ et la droite $\mathcal{D}$ ont-elles un point commun ? Justifier.

Devoir surveillé n° 5

QCM et probabilités conditionnelles

Exercice 1

Correction

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Indiquer la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Question 1

On considère les points E$(3\,;\,-4)$ et F$(7\,;\,2)$.
Par quel point passe la droite (EF) ?

a. A$(0\,;\,8)$	**b.** B$(5{,}5\,;\,0)$	**c.** C$(13\,;\,11)$	**d.** D$(-25\,;\,45)$

Question 2

On considère la droite D qui a pour équation réduite $y = -2x + 4$.
Parmi les vecteurs suivants, quel est celui qui est un vecteur normal de la droite D ?

a. $\vec{n_1}(2\,;\,1)$	**b.** $\vec{n_2}(-1\,;\,2)$	**c.** $\vec{n_3}(1\,;\,-2)$	**d.** $\vec{n_4}(-2\,;\,1)$

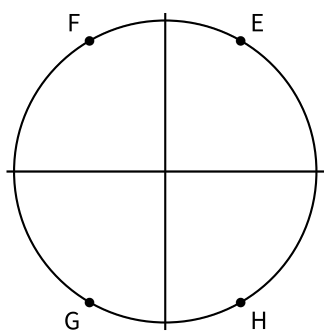
Question 3

Soit ABCD un carré de côté 6 et I le milieu de [BC]. Quelle est la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AI}$?

a. -18	**b.** 18	**c.** 36	**d.** $9\sqrt{5}$

Question 4

Sur le cercle trigonométrique ci-dessous, quel est le point image du nombre $\dfrac{14\pi}{3}$?



a. E	**b.** F	**c.** G	**d.** H

Question 5

Sachant que le réel x appartient à l'intervalle $\left[\dfrac{\pi}{2}\,;\,\pi\right]$ et que $\sin x = 0{,}8$, quelle est la valeur de $\cos x$?

a. 0,6	**b.** $-0{,}6$	**c.** 0,2	**d.** $-0{,}2$

Exercice 2

Un cafetier propose à ses clients des cookies au chocolat ou aux noisettes en s'approvisionnant dans trois boulangeries. Un client prend un cookie au hasard.
On note :

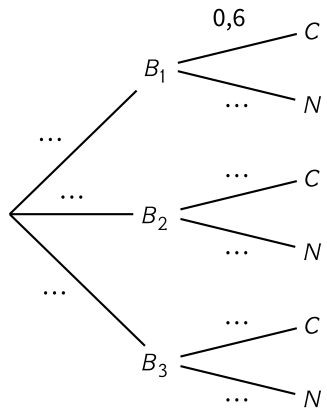
- C l'événement « le cookie est au chocolat » ;
- N l'événement « le cookie est aux noisettes » ;
- B_1 l'événement « le cookie provient de la boulangerie 1 » ;
- B_2 l'événement « le cookie provient de la boulangerie 2 » ;
- B_3 l'événement « le cookie provient de la boulangerie 3 ».

Correction

On suppose que :

- la probabilité que le cookie provienne de la boulangerie 1 est de $0{,}49$;
- la probabilité que le cookie provienne de la boulangerie 2 est de $0{,}36$;
- $P_{B_2}(C) = 0,4$ où $P_{B_2}(C)$ est la probabilité conditionnelle de C sachant B_2 ;
- la probabilité que le cookie soit aux noisettes sachant qu'il provient de la troisième boulangerie est de $0{,}3$.

L'arbre pondéré ci-dessous correspond à la situation et donne une information supplémentaire : le nombre $0{,}6$ sur la branche de B_1 à C.



1) Exprimer par une phrase l'information donnée par le nombre $0{,}6$ sur la branche de B_1 à C.
2) Recopier et compléter sur la copie l'arbre pondéré ci-dessus.
3) Définir par une phrase l'évènement $B_1 \cap C$ et calculer sa probabilité.
4) Montrer que la probabilité $P(C)$ d'avoir un cookie au chocolat est égale à $0{,}543$.
5) Calculer la probabilité d'avoir un cookie provenant de la boulangerie 2 sachant qu'il est au chocolat. On donnera le résultat arrondi au millième.

Devoir surveillé n° 6

QCM et modélisation avec fonction rationnelle

Exercice 1

Correction

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Indiquer la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Question 1

ABC est un triangle tel que AB = 5, AC = 6 et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$. Quelle est la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$?

a. $15\sqrt{2}$	**b.** $15\sqrt{3}$	**c.** $\frac{15}{2}$	**d.** 15

Question 2

ABCD est un carré de centre O tel que AB = 1. Quelle est la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OB}$?

a. 1	**b.** 0	**c.** 0,5	**d.** -1

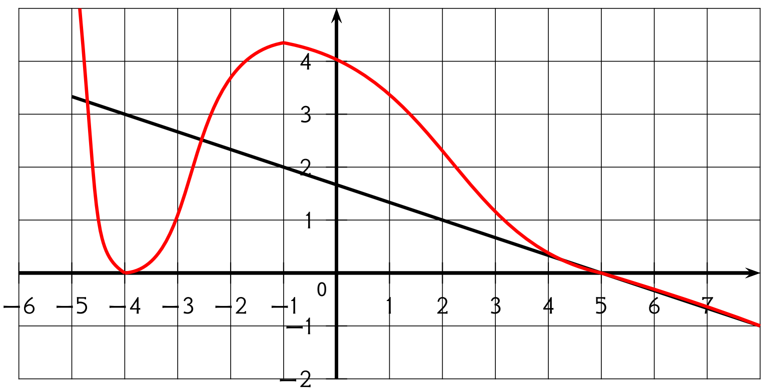
Question 3

$\vec{u}$ et $\vec{u}$ sont deux vecteurs orthogonaux tels que $\|\vec{u}\| = 2$ et $\|\vec{v}\| = 1$.
Quelle est la valeur de $(\vec{u} + \vec{v}) \,.\, (2\vec{u} - \vec{v})$?

a. 6	**b.** 9	**c.** 13	**d.** 7

Question 4

On se place dans un repère orthonormé du plan.
Sur la figure ci-dessous, on a tracé la courbe représentative notée C d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
La droite D est tangente à la courbe C au point A(5 ; 0).



On note f' la dérivée de la fonction f. Quelle est la valeur de $f'(5)$?

a. 3	**b.** -3	**c.** $\frac{1}{3}$	**d.** $-\frac{1}{3}$

Question 5

Laquelle de ces inégalités est vraie pour tout réel x de l'intervalle $]-\infty\,;\,0]$?

a. $f'(x) \leqslant 0$	**b.** $f'(x) \geqslant 0$	**c.** $f(x) \geqslant 0$	**d.** $f'(x) \leqslant 0$

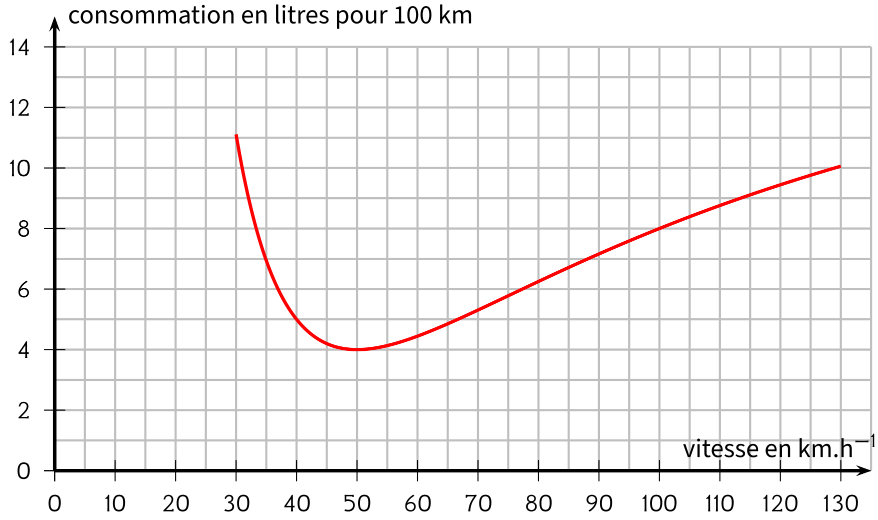
Exercice 2

On s'intéresse à la consommation d'essence d'un véhicule en fonction de sa vitesse.

Correction

Lecture graphique

Le graphique ci-dessous représente la consommation d'essence en litres pour 100 km en fonction de la vitesse en km.h^{-1} du véhicule.



Avec la précision permise par le graphique, répondre aux questions suivantes :

1) Quelle est la consommation du véhicule lorsque celui-ci roule à 40 km.h^{-1} ?
2) Pour quelle(s) vitesse(s) le véhicule consomme-t-il 8 litres pour 100 km ?
3) Pour quelle vitesse la consommation du véhicule semble-t-elle minimale ?

Modélisation

Si on note x la vitesse du véhicule en km.h^{-1}, avec $30 \leqslant x \leqslant 130$, la consommation d'essence en litres pour 100 km est modélisée par la fonction f d'expression :

$$f(x) = \frac{20x^2 - 1\,600x + 40\,000}{x^2}.$$

On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[30 ; 130]$.

4) Montrer que pour tout $x \in [30\ ;\ 130]$,

$$f'(x) = \frac{800\,(2x - 100)}{x^3}.$$

5) Démontrer la conjoncture de la question 3.

Retrouvez ce cahier de vacances en version numérique :

En ligne

En pdf

COOPMATHS